



Gyromètre à atomes froids : Etude de la stabilité limite et des effets systématiques liés aux séparatrices lasers.

Alexandre Gauguet

► To cite this version:

Alexandre Gauguet. Gyromètre à atomes froids : Etude de la stabilité limite et des effets systématiques liés aux séparatrices lasers.. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2008. Français. NNT : . tel-00322150

HAL Id: tel-00322150

<https://theses.hal.science/tel-00322150>

Submitted on 16 Sep 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE DE DOCTORAT DE
L'UNIVERSITE PIERRE ET MARIE CURIE

Spécialité : Lasers et Matière

Présentée par

Alexandre GAUGUET

Pour obtenir le grade de
Docteur de l'Université Pierre et Marie Curie

Sujet de la thèse :

**Gyromètre à atomes froids : Etude de la stabilité limite et
des effets systématiques liés aux séparatrices lasers.**

Soutenue le 11 Juin 2008 devant le jury composé de :

A. Amy Klein	Examinatrice
P. Bouyer	Examineur
D. Guéry Odelin	Rapporteur
A. Landragin	Examineur
P. Pillet	Rapporteur
J. Reichel	Président du jury
P. Tuckey	Directeur de thèse

Remerciements

LE travail présenté dans ce mémoire a été effectué au sein du laboratoire SYstème de Référence Temps et Espace à l'Observatoire de Paris au cours des années 2004 à 2008. Je remercie ses directeurs successifs, Philip **TUCKEY** et Noël **DIMARCQ**, de m'y avoir accueilli me permettant de travailler dans des conditions scientifiques exceptionnelles.

Philip **TUCKEY** a accepté la charge administrative de la direction de cette thèse, malgré un emploi du temps très chargé il s'est toujours montré disponible. Je le remercie pour son efficacité, en particulier pour le suivi de la fin de la thèse.

Je tiens à dire toute ma reconnaissance à Arnaud **LANDRAGIN** qui m'a proposé ce sujet de thèse et encadré quotidiennement. Il m'a beaucoup marqué par ces qualités d'expérimentateur et de "chasseur de bruit". Son intuition remarquable de la physique et le flot ininterrompu de ses idées ont été le moteur de cette thèse. Je voudrais le remercier très sincèrement pour tout ce qu'il m'a appris pendant ces années.

Lorsque je suis arrivé dans l'équipe en 2004, j'ai eu la chance de travailler avec Benjamin **CANUEL**. C'est lui qui m'a initié lors de mon arrivée en thèse au maniement du gyromètre. Les résultats présentés dans cette thèse doivent beaucoup à ces talents d'expérimentateur et sa capacité à trouver LE "bricolage" salvateur pour faire avancer la manip'. Merci d'avoir été le complice de ces années de thèse.

Merci également à Thomas **LEVEQUE** nouvelle recrue sur le gyromètre. La rapidité avec laquelle il a su faire *tourner* le gyro m'a été d'une aide précieuse en particulier à la fin de ma thèse. Je lui souhaite beaucoup de réussite pour faire éclore son "papillon atomique".

Je tiens aussi à remercier Walid **CHAIBI** en post-doc sur le gyro pendant l'année 2007. Il

est arrivé à un tournant de ma thèse et son aide a été déterminante dans la caractérisation du gyromètre.

Je remercie David **HOLLEVILLE**, cette thèse doit beaucoup aux nombreux systèmes mécaniques qu'il a mis au point. David est toujours prêt à rendre service, à discuter, à encourager ; travailler à ses côtés est un régal.

Je souhaite également remercier les autres membres de l'équipe " capteurs inertiels " qui travaillent sur le gravimètre. Merci en particulier à Franck **PEREIRA DOS SANTOS**, la rigueur avec laquelle il aborde un problème de physique et ses qualités pédagogiques rendent les discussions agréables et enrichissantes. Merci à l'ensemble des " crapotos " de l'atelier 2, en premier lieu Patrick **CHEINET** et Julien **LE GOUËT** avec qui j'ai passé de bons moments à discuter de physique, de politique, de tout et de rien Merci aussi à Sébastien **MERLET** avec qui j'ai partagé, dans le même bureau, des problèmes avec et sans "*gravité*".

Les travaux de Christian **BORDE** sur l'interférométrie atomique m'ont accompagné durant ces dernières années, sa disponibilité pour m'apprendre (ou me désapprendre) de la physique aura été une grande source de motivation.

Je voudrais aussi remercier André **CLAIRON** dont l'expérience des manip' d'atomes froids à contribuer à l'avancé du gyro et à la rédaction des articles.

Je remercie également le service d'électronique qui a conçu et réalisé de nombreux systèmes électroniques pour le gyro. Je remercie Giorgio **SANTARELLI** et Michel **LOURS** pour leurs conseils ainsi que Laurent **VOLODIMER** et Michel **DEQUIN** pour la qualité de leur travail.

L'expérience décrite dans de ce mémoire à largement mis à contribution l'atelier de mécanique : Jean-Pierre **AOUSTIN**, Laurent **PELAY** et Jean-Jacques **BOUSQUET**. Je tiens à vous témoigner à tous les trois toute mon admiration pour la qualité des pièces réalisées. Merci aussi pour tous ces bons moments passés à l'atelier lors des "p'tit dèj"et "café à la méca".

Je remercie également l'ensemble de l'équipe administrative pour leur efficacité. Je remercie en particulier Catherine **LAURENT**, Yertha **BAIDOMTI**, Katia **VADET** et Véronique **BE-NAYOUN** pour leur soutien.

Je remercie vivement David **GUERY-ODELIN** et Pierre **PILLET** qui ont accepté d'être les

rapporteurs de cette thèse. Je suis très reconnaissant à Anne **AMY KLEIN**, Philippe **BOUYER** et Jacob **REICHEL** pour l'intérêt qu'ils ont manifesté pour ce travail en participant au jury.

Ces années de thèse n'auraient pas eu la même saveur sans l'ambiance créée par l'ensemble des autres thésards, post-docs, stagiaires et jeunes permanents du labo. Je remercie notamment Loïc, Jacques, Amandine, Michael, Rodolphe et Rodolphe, Fred, Florence, Stéphane, Thomas Z., Natascia, François N., François I., Xavier, F.X., Stéphanie, Tanja, Philip, Bertrand, Clément, Freidemann, Raphael, Elodie, Anders, Kasper, Céline, Quentin, Fariza, Jérôme, Arnaud et les autres. Je tiens aussi à remercier sincèrement Naceur pour les discussions du bout de la nuit ...

Je remercie également l'ensemble des membres de l'équipe HOTES du Laboratoire de Physique des Lasers qui m'ont accueilli en tant qu'ATER cette année.

Enfin, je remercie ceux qui m'ont fait confiance, qui m'ont soutenu sans faille dans tous mes projets, mes parents, Pierre et Adèle, Seb, Lolo, Oliv, Alex, Justine et Axel. Leur intérêt pour l'interférométrie atomique reste encore pour moi un mystère.

Merci surtout à Maud.

Table des matières

1	Introduction	11
1.1	L'effet Sagnac	12
1.1.1	Une histoire de l'effet Sagnac	12
1.1.2	Quelques précisions à propos de l'effet Sagnac	14
1.2	Interferomètre à ondes de matière	15
1.2.1	Historique des interferomètres à ondes de matière	15
1.2.2	Interférométrie atomique et mesures de précision	19
1.3	Etat de l'art des gyromètres	21
1.4	Applications	22
1.5	Gyromètre-accéléromètre du SYRTE	24
1.5.1	Présentation du travail de thèse	24
1.5.2	Plan du mémoire	26
2	Notions d'interférométrie atomique	27
2.1	Transitions Raman	27
2.1.1	Les transitions Raman	28
2.2	Interféromètre de Ramsey-Bordé symétrique	37
2.2.1	Signal de franges	38
2.2.2	Déphasage dû aux forces d'inertie	39
2.2.3	Limites du modèle	44
2.2.4	Pour aller plus loin : le formalisme ABCD	45
2.3	Fonction de sensibilité de l'interféromètre	58
2.3.1	Calcul de la fonction de sensibilité	58
2.3.2	Calcul du facteur d'échelle	59
2.4	Conclusion	60

3	Dispositif expérimental	61
3.1	Préparation atomique	62
3.1.1	Piègeage et refroidissement atomique	62
3.1.2	Sélection micro-onde	65
3.1.3	Rappel des caractéristiques des sources	65
3.2	Sensibilité à plusieurs axes	66
3.2.1	Faisceaux Raman verticaux	68
3.3	Les séparatrices Raman	68
3.3.1	Configuration Raman rétro-réfléchie	68
3.3.2	Mise en forme du faisceau Raman	76
3.3.3	Le nouveau dispositif laser Raman	77
3.3.4	Superposition des trajectoires atomiques	91
3.4	Détection	91
3.4.1	Principe de la détection par temps de vol	91
3.4.2	Caractérisation de la détection	96
4	Exactitude de l'interféromètre atomique	101
4.1	Franges d'interférence atomique	101
4.1.1	Séquence expérimentale	101
4.2	Déphasage inertiel	106
4.2.1	Séquence expérimentale	108
4.2.2	Test des facteurs d'échelle	109
4.2.3	Sensibilité à T^2	114
4.2.4	Conclusion	117
4.3	Evaluation des biais	117
4.3.1	Biais et fonction de sensibilité	118
4.3.2	Effet d'un gradient de champ magnétique	119
4.3.3	Déplacement lumineux différentiel	123
4.3.4	Déplacement lumineux à deux photons	127
4.3.5	Défauts de front d'onde	138
4.4	Conclusion	142
5	Stabilité du capteur inertiel	145
5.1	Présentation de la séquence expérimentale	145
5.2	Mesures interférométriques	147
5.2.1	Mesures de l'accélération de gravité locale	147

5.2.2	Mesures de vitesse de rotation	149
5.3	Limitation de la sensibilité court terme	151
5.3.1	Signal de rotation	151
5.3.2	Signal d'accélération	154
5.3.3	Conclusion	156
5.4	Limitations de la stabilité long terme	157
5.4.1	Stabilité de l'axe d'entrée	157
5.4.2	Stabilité de la puissance des lasers Raman	162
5.4.3	Limite de la stabilité des mesures d'accélération et de rotation	164
5.5	Stabilité du facteur d'échelle	165
5.6	Conclusion	166
6	Conclusion	169
6.1	Bilan de la thèse	169
6.2	Perspectives	171
6.2.1	Géométrie identique	171
6.2.2	Nouvelle géométrie	172
A	Passage dans le référentiel inertiel	175
A.1	Définitions et notations :	175
A.2	Calcul de l'hamiltonien dans le référentiel tournant :	175
A.2.1	Calcul de $\mathcal{R}H\mathcal{R}^+$	175
A.2.2	Expression de $i\hbar\left(\frac{d}{dt}\mathcal{R}\right)\mathcal{R}^+$	177
A.2.3	Hamiltonien dans le référentiel des atomes :	177
B	L'atome de césium	179
	Bibliographie	181
	References	181

Chapitre 1

Introduction

CE manuscrit présente le travail de thèse que j'ai effectué au laboratoire SYRTE (SYstème de Référence Temps Espace) de l'Observatoire de Paris et qui porte sur l'étude d'un capteur inertiel de grande précision fondé sur le principe de l'interférométrie atomique. Les capteurs inertiels mesurent le mouvement de l'instrument par rapport à un référentiel d'inertie. Dans le cas d'un mouvement de rotation, on distingue les gyroscopes sensibles à la position angulaire, des gyromètres sensibles à la vitesse angulaire.

Le gyroscope a été inventé par Léon Foucault à l'Observatoire de Paris en 1852 dans le cadre de ses études du mouvement de la Terre, déjà mis en évidence avec le pendule de Foucault en 1851. En principe, le gyroscope de Foucault est une toupie, suspendue pour que son axe de rotation puisse s'orienter dans tous les sens. La conservation du moment angulaire implique que cet axe conserve une direction fixe par rapport à un référentiel inertiel, et donc permet de matérialiser un axe du référentiel inertiel. Si le référentiel du laboratoire se déplace par rapport au référentiel inertiel, on peut alors mesurer l'angle dont ont tourné les axes. Foucault et son collaborateur Froment réussirent à réaliser un appareil (figure 1.1) capable de conserver une rotation suffisamment rapide (150 à 200 tr/s) et pendant assez longtemps (une dizaine de minutes) pour que les déplacements induits par la rotation de la Terre puissent être observés, d'où le nom de *gyroscope* (du grec "qui regarde la rotation") qu'il proposa de donner à ce type d'instrument.

Une autre solution pour mesurer des rotations, consiste à mesurer le temps de propagation de deux signaux lumineux parcourant la circonférence d'un disque, en sens inverse. En effet, lorsque le disque est en rotation les signaux lumineux reviennent à l'émetteur après un tour



FIG. 1.1 : *Reproduction du gyroscope de Foucault, conservé au CNAM*

complet mais avec un léger décalage temporel qui dépend de la vitesse de rotation du disque. Ce décalage peut être mesuré en faisant interférer les deux signaux ; le déphasage qui en résulte permet de déduire la vitesse de rotation du disque. C'est ce déphasage, qui porte le nom d'*effet Sagnac*, qui est exploité dans l'ensemble des gyromètres optiques. Nous verrons plus loin, que ce déphasage ne dépend pas de la nature de l'onde utilisée, la mesure de ce déphasage dans le cas d'une onde de de Broglie atomique, est à la base de l'expérience présentée dans ce manuscrit.

1.1 L'effet Sagnac

1.1.1 Une histoire de l'effet Sagnac

Cet effet a été découvert en 1913 par G. Sagnac, dans le cadre de travaux visant à démontrer l'existence de *l'éther*. Pour cela, il réalise une expérience en utilisant un interféromètre optique en rotation rapide (2 Hz) [Sagnac 1913]. Le décalage des franges d'interférence ΔZ , observé, lorsque l'interféromètre d'aire A est soumis à une rotation Ω , correspond à celui qu'il avait prédit dans le cadre d'une théorie classique de *l'éther* :

$$\Delta\Phi = \frac{4\Omega A}{\lambda c} \quad (1.1)$$

Dans cette équation λ et c sont respectivement la longueur d'onde et la vitesse de la lumière dans le vide. L'interféromètre utilisé par Sagnac (figure 1.2) à une aire d'environ 866 cm², il est monté sur une table tournant à une fréquence de 2 Hz.

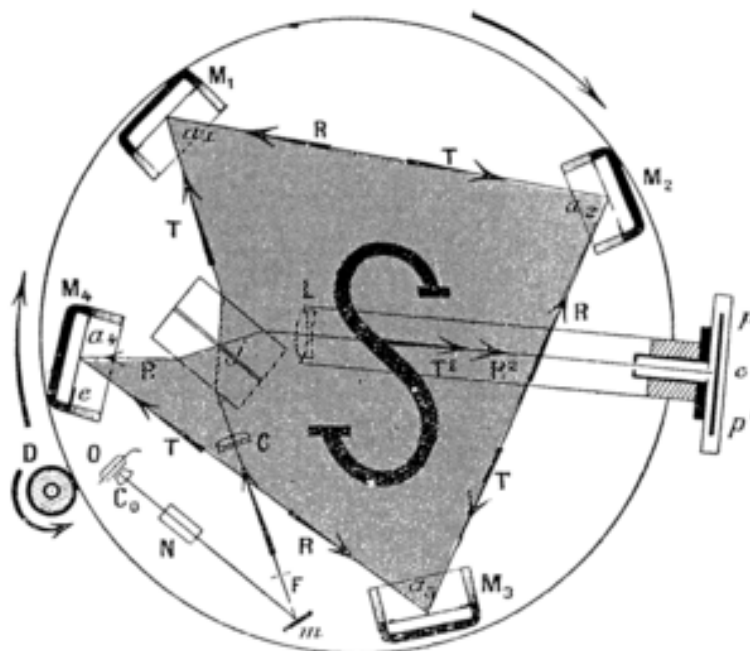


FIG. 1.2 : Interféromètre de Sagnac

Un an avant l'expérience de Sagnac, Haress réalise lui aussi une expérience d'interférométrie optique dans un référentiel en rotation. Il utilise un interféromètre constitué de prismes en verre pour guider la lumière, dans le but d'étudier les effets d'entraînement de la lumière dans le verre en mouvement. Il mesure alors un déphasage qu'il ne peut expliquer. Cet écart ne fut correctement interprété qu'en 1914 par Harzer comme étant l'effet Sagnac. En plus de démontrer l'effet Sagnac, cette expérience montre que ce dernier est indépendant de l'indice de réfraction du milieu dans lequel se propage la lumière, ce qui n'était pas le cas de l'expérience de Sagnac réalisée dans l'air.

La mesure de la rotation de la Terre avec un interféromètre optique fut proposée par O. Lodge en 1893 [Lodge 1893]. Il fallut attendre 1925, 30 ans après la proposition de Lodge, pour qu'une mesure de la vitesse de la Terre soit réalisée avec un interféromètre optique par Michelson [Michelson 1925]. L'interféromètre construit est une proue expérimentale, il s'agit d'un interféromètre de 0,25 km², réalisé avec une lampe à arc de carbone ! Une description détaillée des premières études de l'effet Sagnac, et du contexte historique dans lequel elles se déroulent, peut être trouvée dans [Anderson 1994].

1.1.2 Quelques précisions à propos de l'effet Sagnac

L'effet Sagnac peut être défini comme le décalage temporel de la réception entre deux signaux émis et reçus dans un référentiel tournant. Pour mesurer cet effet, il est possible d'utiliser deux ondes (cohérentes), émises par une source attachée au référentiel tournant à la vitesse angulaire Ω , et se propageant en sens inverse dans un interféromètre d'aire non nulle. Les deux ondes arrivent alors sur un détecteur (attaché au référentiel tournant) avec un décalage temporel qui dépend de la rotation de l'interféromètre. Ce décalage se traduit par un déphasage entre les deux ondes qu'il est possible de mesurer en les faisant interférer¹. L'invention du laser a permis un regain d'intérêt pour l'*interférométrie Sagnac* et conduit au développement de nouveaux gyromètres, comme les gyromètres à fibre optique [Vali 1976] et les gyro-lasers, aujourd'hui utilisés pour la navigation inertielle.

Cependant, l'effet Sagnac a donné lieu à de multiples interprétations et de nombreuses polémiques, rapportées par exemple dans [Post 1967] ou [Rizzi 2003]. Le déphasage Sagnac peut être dérivé dans le cadre de la relativité restreinte, en utilisant les formules de changement de référentiel en rotation. On montre alors (voir par exemple [Rizzi 2003]) que l'expression du déphasage Sagnac ne dépend pas de la nature de l'onde, il peut s'agir d'une onde lumineuse comme d'une onde de matière. On trouve alors :

$$\Delta\Phi = \frac{2AE}{\hbar c^2} \Omega \quad (1.2)$$

où A est l'aire de l'interféromètre, Ω la vitesse de rotation de l'interféromètre par rapport à un référentiel inertiel, et E l'énergie totale. Il est intéressant de noter que cette expression ne dépend pas de la vitesse de propagation de l'onde utilisée, mais uniquement de sa pulsation ω .

Dans le cas d'une onde de matière associée à une particule de masse m , l'énergie est donnée par :

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1.3)$$

On obtient donc l'expression du déphasage Sagnac pour une onde de matière à un terme en $\frac{v^2}{c^2}$ près :

$$\Delta\Phi_{\text{mat.}} = \frac{2Am}{\hbar} \Omega \quad (1.4)$$

¹Avec le développement d'horloges de très grande exactitude, ce décalage temporel peut être mesuré directement et doit être pris en compte lors des transferts de temps sur de grandes distances.

Le rapport des sensibilités intrinsèques entre un gyromètre réalisé avec des particules de masse M (pour le césium $M_{\text{Cs}} = 220,8 \cdot 10^{-27}$ kg), et un gyromètre optique utilisant une onde de pulsation ω (de l'ordre de 10^{15} rad.s $^{-1}$) vaut :

$$\frac{\Delta\Phi_{\text{atomique}}}{\Delta\Phi_{\text{optique}}} = \frac{Mc^2}{\hbar\omega} \approx 10^{11} \quad (1.5)$$

Ainsi, pour une aire d'interféromètre égale, le facteur d'échelle du gyromètre à atomes est 10^{11} fois plus élevé que celui d'un gyromètre optique. Les gyromètres à atomes sont donc potentiellement beaucoup plus performants que les gyromètres optiques. Cependant, l'aire interférométrique réalisée avec un interféromètre optique peut atteindre 10 m^2 , alors que pour l'instant les aires des interféromètres à ondes de matières ne dépassent pas le cm^2 (dans notre expérience, l'aire de l'interféromètre est de l'ordre de 4 mm^2). Par ailleurs, le rapport signal à bruit est beaucoup plus faible dans un interféromètre atomique comparé à celui d'un interféromètre optique, car il est difficile d'obtenir des sources intenses d'onde de matière.

L'utilisation d'arguments relativistes permet de réaliser simplement une comparaison entre les gyromètres optiques et les gyromètres atomiques. Cependant, nous verrons dans la suite du manuscrit que l'effet Sagnac pour les ondes de matières peut être dérivé avec une théorie non relativiste de la mécanique quantique.

1.2 Interferomètre à ondes de matière

1.2.1 Historique des interféromètres à ondes de matière

Depuis les travaux théoriques de L. de Broglie (1924) et la célèbre expérience de David-son et Germer (1927), on sait qu'à toutes particules matérielles est associée une onde, l'*onde de de Broglie*. Les premières expériences d'interférométrie à ondes de matière ont utilisé des particules élémentaires comme l'électron [Marton 1954] puis les neutrons [Rauch 1974]. Ces interféromètres à ondes de matière sont semblables à l'interféromètre de Mach-Zehnder en optique photonique (figure 1.3). Pour ces expériences, la manipulation des ondes de de Broglie est réalisée par des réseaux de diffraction élaborés à partir d'un cristal. Rapidement, ces interféromètres ont été utilisés pour mesurer l'effet Sagnac, avec des neutrons [Werner 1979] ou des paires de Cooper [Zimmerman 1965].

La manipulation cohérente d'ondes atomiques

Les premières expériences d'interférométrie atomique ont débuté au début des années 1990, avec l'expérience J. Mlynek et O. Carnal [Carnal 1991], qui utilise la diffraction d'Young

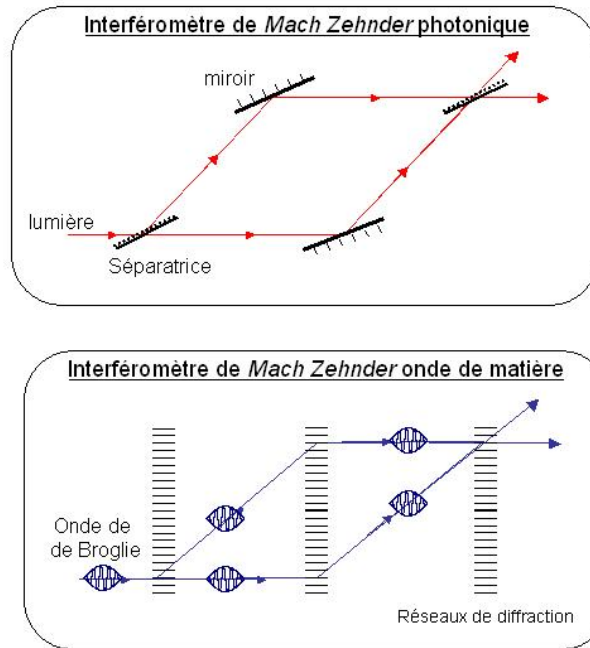


FIG. 1.3 : Il est possible de créer l'analogie des interféromètres de Mach Zehnder avec des ondes de matière. Les ondes de matière sont manipulées avec des réseaux de diffraction (matériel ou lumineux).

d'un jet d'hélium par une double fente. Peu de temps après, une expérience du même type a été réalisée par Shimizu *et al.* [Shimizu 1992], avec des atomes de néon refroidis, issu d'un piège magnéto-optique.

La même année, 1991, un interféromètre atomique fonctionnant avec trois réseaux de diffraction, directement inspiré des interféromètres à neutrons, est conçu dans l'équipe de D. Pritchard [Keith 1991]. Les réseaux matériels utilisés sont fabriqués avec des techniques de nanolithographie sur des membranes très fines. Ces techniques de diffraction, indépendantes de la structure interne de la particule, ont pu être généralisées pour des particules plus complexes que des atomes, c'est ainsi que la diffraction de la molécule de sodium [Schöllkopf 2004] ou de molécules de C_{60} [Arndt 2001] a été observée.

Une alternative aux réseaux matériels est l'utilisation de réseaux lumineux. L'idée d'utiliser une onde stationnaire pour créer un réseau de diffraction pour les ondes électroniques a été proposée par Kapitza et Dirac en 1933 [Kapitza 1933] dans le but de mettre en évidence l'émission stimulée. Cependant, le très faible couplage entre la lumière et les élec-

trons libres ne permit la mise en évidence de cet effet qu'après l'invention du laser en 2001 [Freimund 2001]. Néanmoins, en 1966 Altshuler [Altshuler 1966] met en évidence la possibilité de réaliser la diffraction d'onde atomique, en profitant de la structure interne des atomes qui permet d'induire des transitions entre ces niveaux avec des champs lumineux résonants ou quasi-résonants. La diffraction d'atomes par une onde stationnaire a été mise en évidence, expérimentalement, pour la première fois en 1983 dans l'équipe de D. Pritchard [Moskowitz 1983]. La réalisation d'un interféromètre atomique avec ces réseaux lumineux a été publiée pour la première fois dans [Rasel 1995] et [Giltner 1995].

Une autre approche, pour réaliser des séparatrices cohérentes d'ondes atomiques, utilise le couplage, via un champ laser, entre deux niveaux internes distincts, $|a\rangle$ et $|b\rangle$ (c.f. figure 1.4). Ce couplage permet de créer une superposition cohérente entre ces deux états. La fonction d'onde atomique se sépare, grâce à la différence de quantité de mouvement entre ces deux états atomiques, provoquée par le recul du photon absorbé pour passer de l'état fondamental à l'état excité. Il y a ainsi une parfaite correspondance entre l'état interne et l'état externe (état d'impulsion) de l'atome, les deux états couplés peuvent s'écrire $|a, \vec{p}\rangle$ et $|b, \vec{p} + \hbar\vec{k}\rangle$. Cette méthode présente, en outre, l'avantage d'obtenir deux voies de sorties de l'interféromètre dans des états atomiques internes différents, facilitant la détection [Bordé 1989]. Les interféromètres atomiques utilisant ce type de séparatrices sont appelés dans la littérature *interféromètre de Ramsey-Bordé*. Ces séparatrices atomiques ont été utilisées pour réaliser un interféromètre atomique, qui a permis de mettre en évidence pour la première fois, aussi en 1991, l'effet Sagnac pour les ondes atomiques [Riehle 1991]. Par ailleurs, l'utilisation de séparatrice lasers a permis la réalisation d'un interféromètre avec des molécules en 1994 [Bordé I2 1994].

Cependant, avec ce type de séparatrices atomiques, la durée de vie de l'état excité utilisé doit être plus longue que la durée de l'interféromètre pour éviter les pertes de cohérence par émission spontanée. Par ailleurs, comme nous le verrons par la suite, l'interaction atome-laser ne se limite pas au transfert d'impulsion, mais ajoute en plus un déphasage sur l'onde atomique diffractée, qui dépend de la phase laser ; ce qui implique de très bien contrôler la fréquence absolue du laser. Une méthode pour diminuer ces contraintes, consiste à utiliser des transitions Raman pour coupler les deux états atomiques évoluant dans l'interféromètre. Dans ce type de transition, deux états métastables $|a\rangle$ et $|b\rangle$ sont couplés par une transition à deux photons, utilisant deux lasers dont la différence de fréquence $\omega_2 - \omega_1$ est égale à la différence de fréquence entre les deux niveaux $|a\rangle$ et $|b\rangle$ (c.f. figure 1.5). Cet effet correspond à l'absorption d'un photon dans le mode du laser (1) et à l'émission stimulée d'un photon dans le mode du laser (2). Par conséquent, lorsque les faisceaux lasers sont contre-propageants, c'est-à-dire $\vec{k}_1 \simeq -\vec{k}_2$, l'impulsion communiquée à l'onde atomique, correspond à environ deux fois

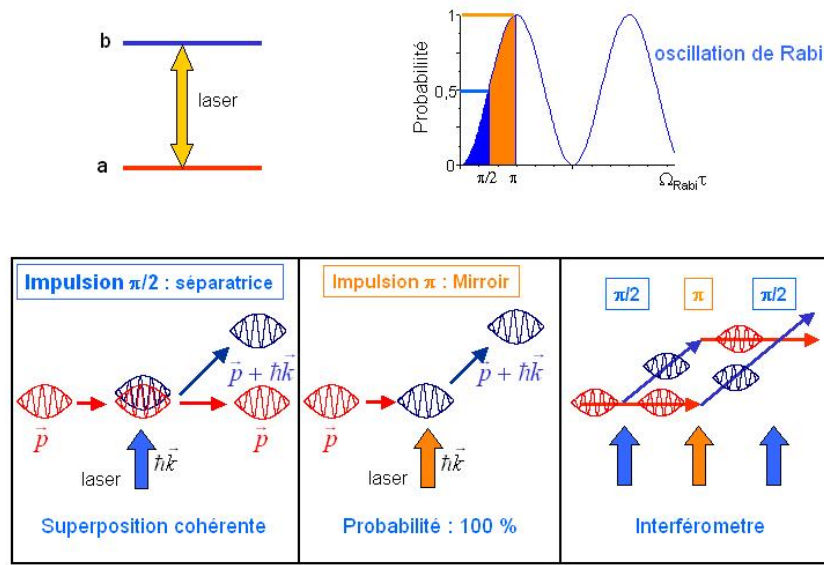


FIG. 1.4 : Le changement d'état interne entre deux états d'un atome couplé avec un laser s'accompagne d'un transfert d'impulsion. Par conséquent, en faisant une superposition cohérente entre les deux états, impulsion $\pi/2$, on réalise l'équivalent d'une séparatrice. Dans le cas d'un transfert cohérent, impulsion π , on réalise l'équivalent d'un miroir. Un interféromètre de Ramsey-Bordé est créé avec une succession d'impulsions $\pi/2 - \pi - \pi/2$.

l'impulsion d'un photon $2\hbar\vec{k} \simeq \hbar(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)$. Le premier interféromètre atomique utilisant des transitions Raman a été mis au point en 1991 par S. Chu et M. Kasevich [Kasevich 1991], pour mesurer des accélérations. C'est ce type de transition que nous utilisons dans notre expérience pour réaliser les séparatrices atomiques.

Plus récemment, un domaine de recherche en interférométrie atomique se développe ; il concerne l'étude d'interféromètres avec des ondes atomiques guidées dans des pièges magnétiques ou électriques, élaborés sur des micro-structures appelées "puces à atomes". L'équivalent d'un interféromètre de Michelson pour les ondes de matière, a ainsi été réalisé avec un condensat de Bose Einstein confiné dans un guide d'onde magnétique [Wang 2005]. Dans cette expérience les séparatrices atomiques sont réalisées avec des séparatrices lumineuses, afin d'étudier les propriétés de cohérence de l'onde atomique dans un guide d'onde. Par ailleurs, d'autres études cherchent à réaliser des séparatrices directement sur la "puce à atomes", par exemple, une séparation cohérente de l'onde atomique a été réalisée dans l'équipe de

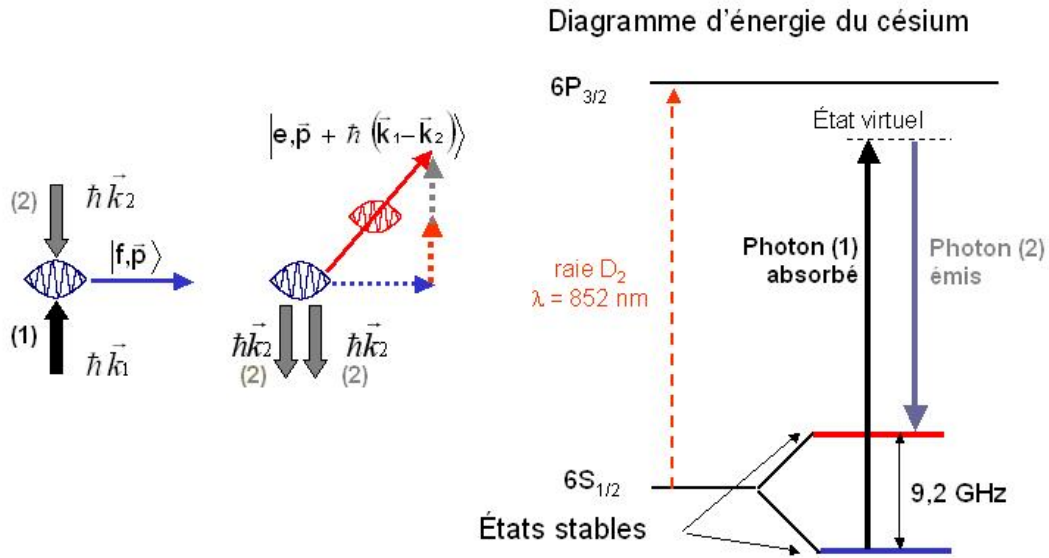


FIG. 1.5 : Principe d'une séparatrice atomique Raman. L'atome absorbe un photon dans le mode du laser (1) et émet (de façon stimulée) dans le mode laser (2). Du fait de la conservation de l'impulsion l'atome encaisse une impulsion de recul $\hbar\vec{k}_{\text{eff}} = \hbar(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)$.

J. Schmiedmayer en combinant un guide d'onde magnétique et un champ radio-fréquence [Schumm 2005].

1.2.2 Interférométrie atomique et mesures de précision

Après ces premières expériences de démonstration, la très grande sensibilité des atomes aux potentiels extérieurs et le développement d'outils efficaces pour manipuler les ondes atomiques ont permis des avancées importantes dans de nombreux domaines de la physique.

Par exemple, en introduisant un champ électrique statique sur un seul des deux bras de l'interféromètre des mesures très précises de polarisabilité ont été réalisées notamment par le groupe de D. Pritchard sur le sodium [Ekstrom 1995], et pour le Lithium dans le groupe de J. Vigué [Miffre 2006]. La séparation entre les deux bras permet d'introduire une cellule de gaz sur un des deux bras de l'interféromètre et de mesurer les propriétés collisionnelles entre les

deux gaz, une mesure de l'indice de réfraction, induit par différents gaz, de l'onde de matière de sodium est présentée dans [Schmiedmayer 1994], et [Roberts 2002].

L'interférométrie atomique, a été utilisée pour l'étude des interactions atomiques proche d'une surface, comme les forces de van der Waals, en introduisant un réseau sur l'un des deux bras de l'interféromètre [Grisenti 1999] et plus récemment dans [Perreault 2005].

Un autre exemple d'utilisation de l'interférométrie atomique est la mesure de la constante de structure fine, réalisée par les équipes de S. Chu [Muller 2006] et F. Biraben [Cladé 2006].

L'interférométrie atomique a aussi permis la réalisation de capteurs inertiels de très grande sensibilité. Nous verrons par la suite que ces instruments pourraient, dans le futur, être utilisés pour tester la validité de la relativité générale. Actuellement, les mesures de l'accélération de pesanteur les plus exactes ont été réalisées avec des interféromètres atomiques [Peters 2001]. Avec un principe similaire, un gradiomètre, qui mesure le gradient de gravité, de très haute sensibilité a été réalisé dans le groupe de M. Kasevich [McGuirk 2002]. Ce type de capteur est actuellement utilisé pour déterminer la constante de gravitation G [Fixler 2007], [Bertoldi 2006].

Par ailleurs, le gain considérable sur la sensibilité à l'effet Sagnac obtenu avec des interféromètres atomiques, permet la réalisation de gyromètres atomiques de grande sensibilité [Clauser 1988]. La première mesure de l'effet Sagnac avec un interféromètre atomique fut réalisée en 1991 [Riehle 1991], et une amélioration significative de la sensibilité est démontrée dans [Lenef 1997] et [Gustavson 1997]. Enfin, l'utilisation d'un double jet de césium a permis d'atteindre une sensibilité de $6.10^{-10} \text{ rad.s}^{-1}.\text{Hz}^{-1/2}$ égalant les performances des meilleurs gyro-laser de laboratoire [Gustavson 2000]. L'étude menée pendant ma thèse, concerne la caractérisation d'un gyromètre fondé sur la mesure du déphasage Sagnac pour les ondes de de Broglie associées à des atomes de césium refroidis. Notons que des gyromètres à atomes froids, similaires au nôtre, sont en cours de développement à Hanovre dans le groupe de W. Ertmer [Muller 2008] et en Chine [Ping 2007].

Nous verrons, que l'utilisation d'atomes froids permet, d'augmenter la durée des interféromètres, et donc leur sensibilité pour une taille fixée. L'utilisation de sources d'atomes cohérentes, comme des condensats de Bose Einstein, permettrait d'accroître encore le temps d'interrogation [Le Coq 2006]. De plus, de nombreuses expériences ont été proposées pour tirer profit de ces nouvelles sources d'atomes, par exemple [Impens 2006], [Bouyer 1997]. Par ailleurs, un effort important est actuellement effectué dans le domaine des condensats de Bose Einstein pour réaliser des interféromètres dans des structures confinantes, dans le but de réaliser l'équivalent, pour les ondes de matière, des gyromètres à fibre [Arnold 2006] et

[Wu 2007]. Ces études réclament le développement de sources d'atomes cohérentes guidée [Riou 2006], [Couvert 2008].

Ces exemples illustrent la diversité des domaines d'utilisation de l'interférométrie atomique, on peut trouver une liste plus exhaustive des mesures réalisées avec des interféromètres atomiques dans l'article de revue [Cronin 2008] ou [Miffre 2006].

1.3 Etat de l'art des gyromètres

Dans le tableau 1.1, les performances des gyromètres atomiques sont comparées à celles des gyromètres optiques. Les chiffres donnés dans le tableau 1.1 doivent être pris avec beaucoup de précaution, car il est souvent difficile d'obtenir des informations sur les performances des dernières innovations. De plus, ces gyromètres représentés ont des caractéristiques technologiques très différentes (dimensions, consommation en énergie, etc.) rendant certains de ces capteurs inutilisables pour de nombreuses applications. C'est le cas par exemple du gyro-laser géant de Stedman [Stedman 2007] ou dans une moindre mesure des interféromètres atomiques utilisant des jets d'atomes thermiques [Gustavson 1998] et [Lenef 1997].

Type de gyromètre	Sensibilité ($\text{rad.s}^{-1}/\sqrt{\text{Hz}}$)	sensibilité long terme	durée d'intégration
Gyro SYRTE	$2,4.10^{-7}$	10^{-8}	30 minutes
Gyro atomique Kasevich	6.10^{-10}	-	-
Gyro atomique Kasevich	8.10^{-8}	4.10^{-9}	30 minutes
Gyro atomique Pritchard	4.10^{-6}	-	-
Gyro à hélium superfluide	2.10^{-7}	-	-
Gyro à fibre	3.10^{-7}	10^{-8}	30 minutes
Gyro laser navigation	qq 10^{-8}	qq 10^{-9}	qq heures
Gyro laser géant	qq 10^{-11}	-	-

TAB. 1.1 : Comparaison des performances à court et à long terme de gyromètres optiques et à ondes de matière.

Les performances du gyromètre atomique de M. Kasevich sont présentées en deux temps. Une première publication en 2000 [Gustavson 2000] montre une sensibilité court terme optimale de $6.10^{-10} \text{ rad.s}^{-1}/\sqrt{\text{Hz}}$. En 2006, une étude de la stabilité à long terme est présentée

dans [Durfee 2006]. Afin d'obtenir un meilleur contrôle des paramètres expérimentaux, les performances à court terme sont sacrifiées ($\sim 8.10^{-8} \text{ rad.s}^{-1}/\sqrt{\text{Hz}}$), les mesures de rotation se moyennent alors pendant 1000 secondes pour atteindre une sensibilité de $4.10^{-9} \text{ rad.s}^{-1}$.

1.4 Applications

Navigation inertielle

Une application des gyromètres de très hautes performances est la navigation inertielle. Le principe de la navigation inertielle est simple, elle est basée sur l'intégration des équations du mouvement de l'appareil (typiquement un avion, un sous-marin ou un satellite), connaissant sa position de départ. Pour cela, des centrales inertielles sont réalisées le plus souvent en associant trois accéléromètres et trois gyromètres (selon chacune des directions de l'espace). Les performances de ces centrales sont limitées par les dérives des capteurs inertiels, qui imposent des recalages réguliers avec des moyens extérieurs (astronomie, GPS) et par conséquent, limitent l'autonomie des véhicules. C'est pourquoi, en plus d'une très bonne résolution, les capteurs inertiels destinés à la navigation de longue durée doivent aussi avoir une excellente stabilité.

Après plus de 60 ans d'étude, les meilleures performances sont aujourd'hui réalisées avec des gyroscopes mécaniques. Cependant, il aura fallu à peine 15 ans depuis la première démonstration de l'effet Sagnac atomique pour que les performances des gyromètres atomiques approchent celles des meilleurs gyroscopes mécaniques. Ainsi, des équipes de recherche en collaboration avec des industriels réfléchissent déjà à la construction de centrales inertielles basées sur l'utilisation de capteurs inertiels atomiques.

Mesures en géophysique

A cause du mouvement de la Lune et du soleil autour de la Terre, l'attraction gravitationnelle change au cours du temps. Ces effets, communément appelés *effets de marés*, sont entre autres responsables de la variation de l'accélération de pesanteur locale g . Un autre effet lié à ces phénomènes de marées est la variation de la distribution des masses sur Terre, comme celle des océans, qui entraîne une modification de la vitesse et de la rotation de la Terre Ω_T , pour conserver le moment cinétique de la Terre. Ces fluctuations de vitesse de rotation de la Terre, de l'ordre de $10^{-8} \Omega_T$, sont très bien résolues avec des techniques d'observation astronomique VLBI (*Very Long Baseline Interferometry*) [Chao 1997] à des échelles de temps de l'ordre de plusieurs jours. Néanmoins, des interrogations persistent quant à l'origine et la nature de certaines fluctuations observées sur des échelles de temps plus courtes [Frede 2000].

L'utilisation de gyromètres avec une sensibilité inférieure à quelques $10^{-7} \Omega_T$ sur des échelles de temps de l'heure permettrait une étude plus précise de ces fluctuations et de tester les modèles théoriques [Lambeck 1980] de rotation de la Terre.

Par ailleurs, les gyromètres de très grande sensibilité pourraient contribuer à l'étude des séismes. En effet, contrairement aux mesures du type VLBI, il est possible de mesurer avec un gyromètre, des vitesses de rotation *locales* ; par exemple près d'une faille sismique. Les effets intéressants sont attendus dans une gamme de fréquence, du spectre de rotation des ondes sismiques [Schreiber 2006], entre 3 mHz et 20 Hz avec des vitesses de rotation allant de $10^{-14} \text{ rad.s}^{-1}$ à 1 rad.s^{-1} . La mesure de ces effets, liés aux déformations de la croûte terrestre, pourraient contribuer à une meilleure compréhension de la propagation des ondes sismiques et de la physique de la croûte terrestre en générale.

Mesures en physique fondamentale

La très grande sensibilité des capteurs inertiels à ondes de matière, en font des outils adéquats pour tester certains effets prévus par la théorie de la relativité générale. Le projet HYPER ([ESA-SCI 2000], [Angonin 2006]) proposé à l'Agence Spatiale Européenne (ESA) en 2000 proposait de tester l'effet prévu par Lense et Thirring en 1918 [Lense1918], qui prédit une modification du repère d'inertie locale à la proximité d'une masse en rotation. Dans cette expérience, un gyromètre atomique est envoyé dans l'espace, en orbite autour de la Terre, afin de déterminer l'écart entre la mesure de rotation effectuée localement par le gyromètre et une mesure faite par rapport au référentiel défini par des étoiles fixes. L'effet attendu est de l'ordre de quelques $10^{-14} \text{ rad.s}^{-1}$. Dans le projet HYPER il était question de développer des gyromètres atomiques avec une sensibilité de $10^{-12} \text{ rad.s}^{-1}/\sqrt{\text{Hz}}$. La sonde *Gravity Probe B* de la NASA avec à son bord des gyroscopes mécaniques de haute précision, a été lancée en avril 2004. Le signal moyenné sur la trajectoire du satellite autour de la Terre a permis de mesurer l'effet *Lense-Thirring* avec une exactitude de 200 % : très loin de l'objectif fixé à 1 %. Il semble que cette incertitude ait été réduite à 13 % après la correction de biais identifiés (chiffres issus du site internet <http://einstein.stanford.edu/>, décembre 2007). Néanmoins, des doutes subsistent sur ce chiffre, une analyse plus approfondie des résultats est attendue dans le courant de l'année 2008.

D'autres expériences d'interférométrie atomique sont envisagées pour tester les fondements de la relativité générale, on peut trouver une discussion de ces expériences dans [Tino 2007] et [Wolf 2007].

1.5 Gyromètre-accéléromètre du SYRTE

Les applications envisagées nécessitent des capteurs inertiels avec une très bonne stabilité long terme. Cette thèse est une contribution à l'étude de différentes limites (biais, facteur d'échelle), intervenant dans les capteurs inertiels atomiques.

Le principe de fonctionnement du capteur inertiel développé au laboratoire SYRTE est représenté sur la figure 1.6. Contrairement aux dispositifs utilisés précédemment [Gustavson 1997] [Lenef 1997], notre expérience utilise deux sources d'atomes refroidis dans des pièges magnéto-optiques. L'utilisation d'atomes refroidis par laser permet d'obtenir des sources suffisamment lentes pour réduire notablement la taille du dispositif pour une sensibilité équivalente, ce qui élargit le spectre des applications. De plus, par rapport au jet atomique, la dispersion en vitesse et le contrôle de la vitesse de lancement est plus favorable avec les sources d'atomes froids. Ainsi, la stabilité long terme attendue des mesures de vitesse de rotation avec ce dispositif est, potentiellement, bien meilleure que celle obtenue avec des interféromètres utilisant des jets d'atomes thermiques.

Après une phase de piégeage et de refroidissement, les deux nuages d'atomes sont lancés dans des directions opposées. Au sommet des trajectoires paraboliques, ils interagissent avec des impulsions lasers induisant des transitions Raman stimulées (séquence de trois impulsions $\pi/2 - \pi - \pi/2$), afin de réaliser la séparation, la déflexion et la recombinaison des paquets d'ondes atomiques. L'interféromètre créé est alors similaire à un interféromètre de Mach-Zehnder en optique avec une aire de l'ordre de $3,7 \text{ mm}^2$. On détecte alors, les populations dans chacune des voies de sortie de l'interféromètre, qui dépendent de la différence de phase accumulée le long de chacun des bras de l'interféromètre. En particulier, l'aire de l'interféromètre induit une sensibilité aux rotations, via l'effet Sagnac.

Cependant, à la différence des interféromètres optiques, l'accélération du dispositif le long des séparatrices lasers induit un déphasage qui n'est pas négligeable. Pour discriminer entre ces deux contributions, rotation et accélération, nous utilisons deux sources atomiques contre-propageantes, créant deux interféromètres d'aires opposées. La différence des déphasages mesurés permet de remonter à la vitesse de rotation de l'interféromètre et la somme aux accélérations.

1.5.1 Présentation du travail de thèse

Les premières mesures de rotation réalisées avec le dispositif ont été obtenues en 2003, un an avant mon arrivé en stage de DEA, ces résultats sont rapportés dans [Yver Leduc 2004] et [Canuel 2006]. Lorsque j'ai commencé ma thèse, j'ai contribué au remontage des sources

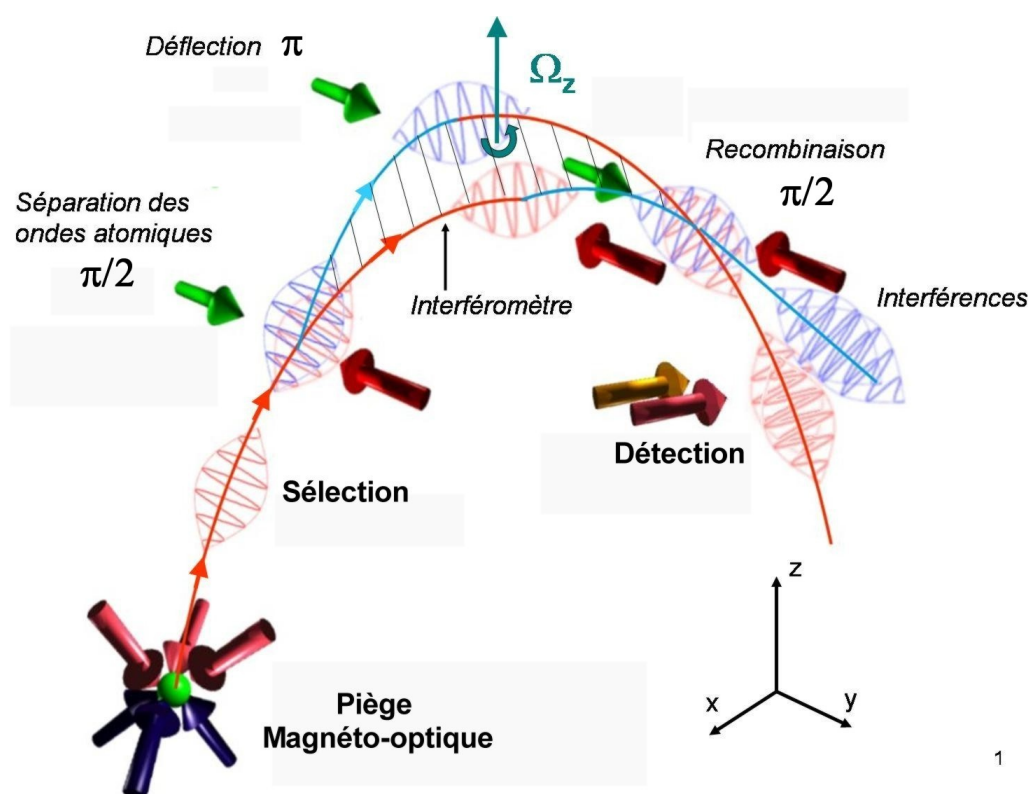


FIG. 1.6 : Principe de fonctionnement d'une mesure pour une des deux sources atomiques. Les atomes sont refroidis dans un piège magnéto-optique puis sont lancés sur une trajectoire parabolique. Au sommet de la trajectoire une séquence de trois impulsions lasers permet de créer l'interféromètre. La probabilité de transition est ensuite évaluée par fluorescence.

d'atomes froids. L'année 2004 - 2005 a été consacrée à l'étude systématique des performances des sources d'atomes. En même temps, nous nous sommes lancés dans une *chasse aux bruits* sans merci, qui a permis d'améliorer la résolution de l'instrument de près d'un ordre de grandeur. Les résultats de cette étude sont rapportés dans [Canuel 2007]. A partir de l'année 2006, je me suis intéressé à l'étude des biais de mesure et à leurs dérivées. Cela m'a conduit entre autre à changer le système laser Raman.

Ainsi, au cours de ma thèse j'ai participé au remontage de l'ensemble de l'expérience et à la caractérisation de la sensibilité court terme et long terme du dispositif. J'ai particulièrement contribué à l'amélioration du dispositif laser Raman, à l'amélioration et à la caractérisation du dispositif de détection. J'ai ensuite étudié les effets induits par les aberrations optiques des faisceaux Raman, et le biais lié aux déplacements lumineux induit par des transitions Raman non résonantes.

1.5.2 Plan du mémoire

Le **chapitre 2** rappelle le principe des transitions Raman, utilisées pour réaliser l'équivalent de séparatrices pour les ondes atomiques. Nous exposons ensuite deux méthodes différentes de calcul pour évaluer la sensibilité aux effets inertiels dans notre expérience. L'une est fondée sur la propagation d'onde plane et néglige les phénomènes de séparation des paquets d'ondes atomiques. L'autre formalisme étudié, s'appuie sur les travaux de Ch. J. Bordé sur la propagation de paquets d'ondes gaussiens. Nous présenterons les limites de validité de ces deux formalismes et leurs conditions d'utilisation pour analyser les résultats expérimentaux.

Le **chapitre 3** est consacré à la présentation du dispositif expérimental. Les résultats concernant les sources atomiques sont rappelés, une étude plus détaillée peut être trouvée dans [Canuel 2007]. Nous présentons ensuite un nouveau système laser utilisé pour effectuer les transitions Raman. Les performances obtenues sont présentées et analysées. Ce chapitre se termine par une présentation du bruit lié au système de détection.

Les résultats expérimentaux d'interférométrie atomique sont discutés dans le chapitre 4 et le chapitre 5. Dans le **chapitre 4**, nous étudions l'origine des déphasages mesurés en sortie de l'interféromètre. Un ensemble de mesures, réalisées en modifiant l'orientation de l'expérience, permet de tester précisément les expressions des déphasages calculés et de mesurer le biais sur la mesure de rotation. L'origine de ces biais est ensuite discutée en détail.

Dans le **chapitre 5**, nous étudions la stabilité de ces biais. Nous démontrons que la stabilité des mesures d'accélération est compatible avec celle des meilleurs gravimètres de laboratoire. Les mesures de rotations sont actuellement à un niveau comparable avec les meilleurs gyro-mètres à fibre et gyro-lasers commerciaux. Les limites de la sensibilité à court terme et long terme sont clairement identifiées.

Chapitre 2

Notions d'interférométrie atomique

Nous rappelons dans ce chapitre les principales caractéristiques des interféromètres atomiques réalisés avec des transitions Raman [Kasevich 1991]. L'interféromètre étudié est un interféromètre de *Ramsey-Bordé symétrique*, réalisé avec trois impulsions Raman successives. Dans un premier temps, nous décrivons l'utilisation des transitions Raman comme séparatrices et miroirs pour manipuler les ondes atomiques. Avec ce type d'interféromètre, nous verrons que le signal de sortie de l'interféromètre peut être déduit d'une mesure de population des niveaux internes [Bordé 1989]. Le déphasage extrait de ces mesures de population est lié au potentiel exploré par les ondes atomiques pendant la durée de l'interféromètre. En particulier, le calcul du déphasage met en évidence la grande sensibilité aux forces d'inertie due à la rotation et à l'accélération du référentiel atomique par rapport à celui des lasers. Cette sensibilité est mise à profit pour réaliser un *gyromètre-accéléromètre atomique*.

2.1 Transitions Raman

Un interféromètre atomique est réalisé en laissant évoluer une superposition cohérente de deux états quantiques, puis en les recombinaut. La probabilité de présence dans l'un ou l'autre des états dépend alors de la différence de phase accumulée le long des deux chemins de l'interféromètre. Dans notre expérience, les deux états quantiques correspondent aux deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium, dont la séparation en énergie correspond à une fréquence de transition de 9,192 GHz. La superposition cohérente est réalisée avec une *transition Raman stimulée* induite par deux ondes optiques. Ces états atomiques ont une très grande durée de vie devant la durée typique de l'interféromètre ($T \simeq 100$ ms), permettant de s'affranchir du problème de perte de cohérence par émission spontanée entre les deux niveaux mis en jeu dans l'interféromètre [Aspect 1989]. De plus, dans le cas de transi-

tions dites contre-propageantes, où les deux ondes se propagent dans des directions opposées, la quantité de mouvement échangée pendant l'interaction entre le système atomique et les deux lasers Raman correspond à l'impulsion communiquée par deux photons optiques plutôt qu'à un seul photon micro-onde.

2.1.1 Les transitions Raman

Le calcul des transitions Raman est détaillé dans plusieurs références, par exemple [Moler 1992]. Nous rappelons ici les points clefs de ces développements qui nous seront utiles pour la suite.

Système physique

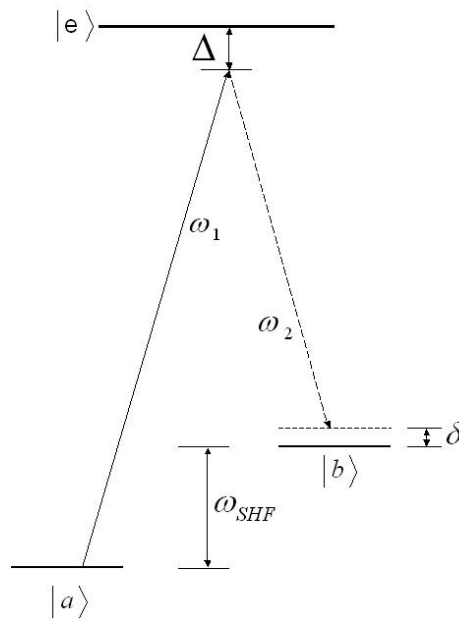


FIG. 2.1 : Schéma des niveaux d'énergie interne du système atomique à trois niveaux. Les deux niveaux a et b sont couplés par une transition à deux photons par l'intermédiaire du niveau excité e .

Le système étudié est représenté sur la figure 2.1, il s'agit d'un système atomique à trois niveaux en interaction avec deux lasers de pulsation ω_1 et ω_2 . On considère deux niveaux stables $|a\rangle$ et $|b\rangle$, dans notre cas il s'agit des deux états hyperfins du niveau fondamental de l'atome de césium $|6S_{1/2}, F = 3, m_F = 0\rangle$ et $|6S_{1/2}, F = 4, m_F = 0\rangle$ séparés par l'intervalle d'énergie $\hbar\omega_{SHF}$. Ces deux niveaux sont couplés à l'état excité $|6P_{3/2}\rangle$ de largeur

naturelle $\Gamma \simeq 2\pi \cdot 5$ MHz. Dans les calculs qui suivent, on notera $|e\rangle$ l'état excité. Ces transitions optiques, correspondent à la raie D2 de l'atome de césium dont la longueur d'onde λ est proche de 852 nm. L'hamiltonien de ce système atomique s'écrit :

$$H_{at} = \frac{\hat{p}^2}{2M} + \hbar\omega_a|a\rangle\langle a| + \hbar\omega_b|b\rangle\langle b| + \hbar\omega_e|e\rangle\langle e| \quad (2.1)$$

Les états propres de l'hamiltonien *externe* $\frac{\hat{p}^2}{2M}$ sont les ondes planes de de Broglie $|\vec{p}\rangle$. Les états de base de l'atome s'écrivent alors sous la forme d'un produit tensoriel de l'état interne $|\beta\rangle$ et de l'état externe $|p\rangle$: $|\beta, p\rangle = |\beta\rangle \otimes |p\rangle$ où $\beta = (a, b \text{ ou } e)$.

L'atome interagit avec deux ondes lasers monochromatiques de fréquences ω_1, ω_2 et de vecteurs d'onde \vec{k}_1, \vec{k}_2 . Les polarisations et les amplitudes des champs électriques sont notées $\vec{\epsilon}_{1,2}$ et $\mathcal{E}_{1,2}$. Par ailleurs, on suppose pour ce calcul, que les cols des faisceaux lasers (waist) sont suffisamment grands pour écrire le champ électrique sous la forme d'une onde plane :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \left(\vec{\epsilon}_1 \mathcal{E}_1 e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}} e^{-i(\omega_1 t + \phi_1)} + \vec{\epsilon}_2 \mathcal{E}_2 e^{i\vec{k}_2 \cdot \vec{r}} e^{-i(\omega_2 t + \phi_2)} \right) + c.c. \quad (2.2)$$

Le couplage de l'atome avec le champ laser est décrit dans l'approximation dipolaire électrique, par l'hamiltonien d'interaction H_{int} . L'émission spontanée est supposée négligeable pour ce calcul. En faisant l'approximation des ondes tournantes, H_{int} s'écrit :

$$\begin{aligned} H_{int} &= -(\vec{d}_{ea} + \vec{d}_{eb}) \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) + h.c. \\ &= \left(|e\rangle\langle a| + |e\rangle\langle b| \right) \cdot \left(\frac{-\hbar\Omega_{1je}}{2} e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}} e^{-i(\omega_1 t + \phi_1)} + \frac{-\hbar\Omega_{2je}}{2} e^{i\vec{k}_2 \cdot \vec{r}} e^{-i(\omega_2 t + \phi_2)} \right) + h.c. \end{aligned} \quad (2.3)$$

où nous avons introduit la pulsation de Rabi Ω_{lje} en fonction des éléments de matrice du moment dipolaire d_{ej} :

$$\hbar\Omega_{lje} = \langle j | \vec{d}_{ej} \cdot \vec{E}_l | e \rangle \quad (2.4)$$

L'opérateur $e^{\pm i\vec{k}_l \cdot \vec{r}}$ dans l'expression de H_{int} est un opérateur de translation de l'impulsion, tel que : $e^{\pm i\vec{k}_l \cdot \vec{r}} |\vec{p}\rangle = |\vec{p} \pm \hbar\vec{k}_l\rangle$. Par conséquent, en partant d'un état d'impulsion donné $|a, \vec{p}\rangle$, il existe une famille d'états, d'impulsion différente, couplés. Pour notre calcul nous considérerons les couplages représentés sur la figure 2.2. Il s'agit du couplage à un photon, induit par chacun des deux lasers, entre l'état $|a, \vec{p}\rangle$ et les niveaux intermédiaires $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_1\rangle$ et $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_2\rangle$; et du couplage entre le niveau $|b, \vec{p} + \hbar(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)\rangle$ et les états $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_1\rangle$ et $|e, \vec{p} + \hbar(\vec{k}_1 - \vec{k}_2 + \vec{k}_1)\rangle$. On utilisera les notations suivantes pour repérer ces différents états :

- $|a, \vec{p}\rangle$
- $|b, \vec{p} + \hbar(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)\rangle \equiv |b, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$
- $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_1\rangle \equiv |e_1\rangle$
- $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_2\rangle \equiv |e_2\rangle$
- $|e, \vec{p} + \hbar(\vec{k}_1 - \vec{k}_2 + \vec{k}_1)\rangle \equiv |e_3\rangle$

La fonction d'onde atomique, peut être décrite à l'instant t , dans la représentation d'interaction par rapport à H_{at} , par une combinaison linéaire des états propres de l'hamiltonien atomique H_{at} :

$$\begin{aligned}
 |\Psi(t)\rangle = & \gamma_a(t) \exp\left(-i\left(\omega_a + \frac{p^2}{2M}\right)t\right) |a, \vec{p}\rangle + \gamma_b(t) \exp\left(-i\left(\omega_b + \frac{(\vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}})^2}{2M}\right)t\right) |b, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle \\
 & + \gamma_{e1}(t) \exp\left(-i\left(\omega_e + \frac{(\vec{p} + \hbar\vec{k}_1)^2}{2M}\right)t\right) |e_1\rangle \\
 & + \gamma_{e2}(t) \exp\left(-i\left(\omega_e + \frac{(\vec{p} + \hbar\vec{k}_2)^2}{2M}\right)t\right) |e_2\rangle \\
 & + \gamma_{e3}(t) \exp\left(-i\left(\omega_e + \frac{(\vec{p} + \hbar(\vec{k}_{\text{eff}} + \vec{k}_1))^2}{2M}\right)t\right) |e_3\rangle
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

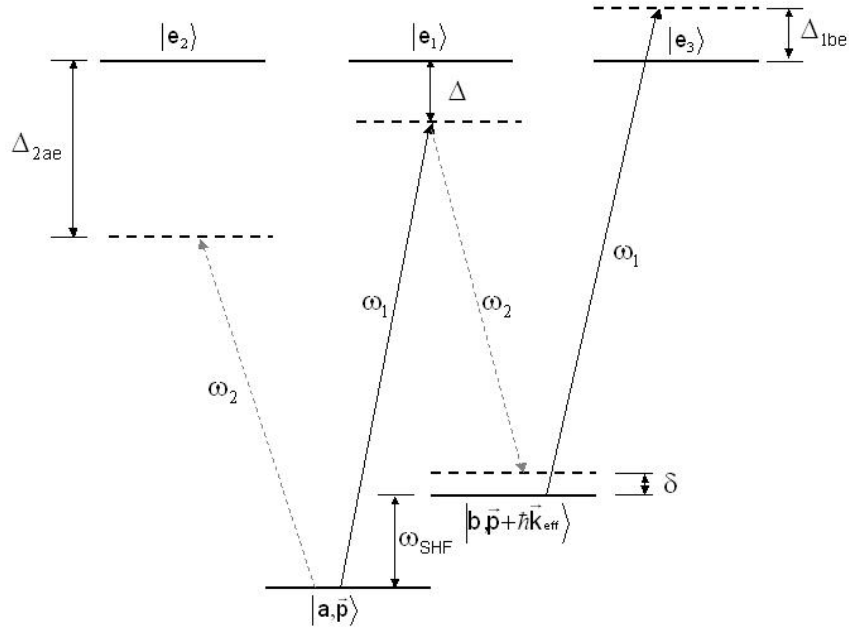


FIG. 2.2 : On représente sur ce schéma les niveaux d'énergie interne du système atomique. En plus des trois niveaux internes, le couplage des atomes avec les lasers, induit une famille d'états d'impulsions différentes.

Par ailleurs, les désaccords des lasers par rapport aux niveaux excités (figure 2.2) sont définis par :

$$\begin{aligned}
 \Delta &= \omega_1 - (\omega_e - \omega_a) \\
 \Delta_{2ae} &= \omega_2 - \left(\omega_e + \frac{(\vec{p} + \hbar \vec{k}_2)^2}{2M} - \omega_a \right) \simeq \Delta - \omega_{SHF} \\
 \Delta_{1be} &= \omega_1 - \left(\omega_e + \frac{(\vec{p} + \hbar(\vec{k}_1 + \vec{k}_{\text{eff}}))^2}{2M} - \omega_b \right) \simeq \Delta + \omega_{SHF} \\
 \delta &= (\omega_1 - \omega_2) - (\omega_b - \omega_a)
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Evolution des deux niveaux effectifs

L'évolution de la fonction d'onde est régie par l'équation de Schrödinger qui permet d'obtenir un système d'équations différentielles linéaires pour les coefficients γ_α :

$$\left\{ \begin{aligned}
 \dot{\gamma}_a &= -\frac{i}{2} (\Omega_{1ae}^* e^{i\Delta t} e^{i\phi_1} \gamma_{e1} + \Omega_{2ae}^* e^{i\Delta_{2ae}t} e^{i\phi_2} \gamma_{e2}) \\
 \dot{\gamma}_b &= -\frac{i}{2} (\Omega_{1be}^* e^{i\Delta_{1be}t} e^{i\phi_1} \gamma_{e3} + \Omega_{2be}^* e^{i(\Delta-\delta)t} e^{i\phi_2} \gamma_{e1}) \\
 \dot{\gamma}_{e1} &= -\frac{i}{2} (\Omega_{1ae} e^{-i\Delta_{1ae}t} e^{-i\phi_1} \gamma_a + \Omega_{2be} e^{-i(\Delta-\delta)t} e^{-i\phi_2} \gamma_b) \\
 \dot{\gamma}_{e2} &= -\frac{i}{2} \Omega_{2ae} e^{-i\Delta_{2ae}t} e^{-i\phi_2} \gamma_a \\
 \dot{\gamma}_{e3} &= -\frac{i}{2} \Omega_{1be} e^{-i\Delta_{1be}t} e^{-i\phi_1} \gamma_b
 \end{aligned} \right. \tag{2.7}$$

Pour calculer l'évolution des deux niveaux fondamentaux utilisé dans l'interféromètre, on utilise une approximation¹ appelée élimination adiabatique, qui consiste à supposer les échelles de temps d'évolution des états excités $|e\rangle$ beaucoup plus courtes que celles des états fondamentaux. Nous pouvons donc calculer l'évolution des coefficients γ_e , en considérant γ_a et γ_b constants (γ_e suit adiabatiquement les coefficients γ_a et γ_b) dans les trois dernières équations du système 2.7 :

¹Le système d'équations 2.7 peut être résolu de manière exacte lorsque la différence de fréquence entre les deux lasers Raman est telle que $\delta = (\omega_1 - \omega_2) - \omega_{SHF} = 0$ [Brewer 1975], c'est-à-dire lorsque la transition à deux photons est résonante. Néanmoins du fait de la dispersion en impulsion du nuage d'atomes il apparaît une dispersion en δ via le désaccord Doppler, dont il faut tenir compte lors de l'analyse des séparatrices atomiques.

$$\begin{aligned}
\gamma_{e1} &= \frac{\Omega_{1ae}}{2\Delta} \gamma_a e^{-i(\Delta t + \phi_1)} + \frac{\Omega_{2be}}{2(\Delta - \delta)} \gamma_b e^{-i((\Delta - \delta)t + \phi_2)} \\
\gamma_{e2} &= \frac{\Omega_{2ae}}{2\Delta_{2ae}} \gamma_a e^{-i(\Delta_{2ae}t + \phi_2)} \\
\gamma_{e3} &= \frac{\Omega_{1be}}{2\Delta_{1ae}} \gamma_b e^{-i(\Delta_{1be}t + \phi_1)}
\end{aligned} \tag{2.8}$$

L'élimination des amplitudes γ_e des niveaux intermédiaires conduit à des équations couplées pour les amplitudes γ_a et γ_b des deux niveaux fondamentaux. Afin de mettre en évidence l'évolution d'un système à deux niveaux dans un champ externe effectif, on introduit les notations suivantes :

$$\omega_{\text{eff}} = \omega_1 - \omega_2 \tag{2.9}$$

$$\vec{k}_{\text{eff}} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2 \tag{2.10}$$

$$\phi_{\text{eff}} = \phi_1 - \phi_2 \tag{2.11}$$

$$\Omega_{\text{eff}} = \frac{\Omega_{1ae}^* \Omega_{2be}}{4\Delta} \tag{2.12}$$

$$\Omega_a^{DL} = \frac{|\Omega_{1ae}|^2}{4\Delta} + \frac{|\Omega_{2ae}|^2}{4(\Delta - \omega_{SHF})} \tag{2.13}$$

$$\Omega_b^{DL} = \frac{|\Omega_{1be}|^2}{4(\Delta + \omega_{SHF})} + \frac{|\Omega_{2be}|^2}{4\Delta} \tag{2.14}$$

Ainsi, en remplaçant les amplitudes γ_e (équation 2.8), dans les deux premières équations de 2.7, l'évolution des coefficients γ_a et γ_b se ramène effectivement à un système de deux équations différentielles couplées, qui s'écrit avec les notations précédentes :

$$\begin{cases} \dot{\gamma}_a = -i\Omega_a^{DL}\gamma_a - ie^{i\delta t}e^{i\phi_{\text{eff}}}\Omega_{\text{eff}}\gamma_b \\ \dot{\gamma}_b = -i\Omega_b^{DL}\gamma_b - ie^{-i\delta t}e^{-i\phi_{\text{eff}}}\Omega_{\text{eff}}^*\gamma_a \end{cases} \tag{2.15}$$

Le système d'équations obtenu est analogue à celui décrivant l'évolution d'un atome à deux niveaux [Ramsey 1950] $\{|a, \vec{p}\rangle, |b, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle\}$ en interaction avec une **onde électromagnétique effective** de pulsation ω_{eff} , de vecteur d'onde \vec{k}_{eff} et de phase effective ϕ_{eff} . Le

couplage effectif à deux photons entre ces états est caractérisé par la pulsation de Rabi effective Ω_{eff} et le désaccord δ de l'onde effective par rapport à la résonance atomique vaut :

$$\delta = \omega_{\text{eff}} - \left(\omega_{SHF} + \frac{\vec{p} \cdot \vec{k}_{\text{eff}}}{M} + \frac{\hbar k_{\text{eff}}^2}{2M} \right) \quad (2.16)$$

Dans cette expression le premier terme en k_{eff} est le déplacement Doppler et le second le déplacement lié à l'énergie de recul à deux photons.

La pulsation Ω_j^{DL} correspond à un déplacement du niveau j dû au couplage non résonant entre les niveaux j et e induit par le laser 1. On définit le déplacement lumineux différentiel δ^{DL} , qui correspond à la modification de la condition de résonance Raman induite par ces déplacements lumineux :

$$\delta^{DL} = \Omega_b^{DL} - \Omega_a^{DL} \quad (2.17)$$

Le système d'équation 2.15 indique que les fréquences caractéristiques d'évolution des amplitudes γ_a et γ_b sont de l'ordre de Ω_{eff} et Ω_j^{DL} . Avec les paramètres habituels de l'expérience ces fréquences sont de l'ordre de 50 kHz. Par ailleurs, les équations 2.8 montrent que les fréquences caractéristiques d'évolution des amplitudes des états intermédiaires, γ_e sont de l'ordre de Δ , qui vaut typiquement 500 MHz dans notre expérience. Les conditions d'élimination adiabatique sont donc satisfaites dans notre expérience.

La pulsation de Rabi généralisée est définie par :

$$\Omega_r = \sqrt{\Omega_{\text{eff}}^2 + (\delta - \delta^{DL})^2} \quad (2.18)$$

Ceci permet d'introduire : $\cos \Theta = \frac{\delta^{DL} - \delta}{\Omega_r}$ et $\sin \Theta = -\frac{\Omega_{\text{eff}}}{\Omega_r}$

Avec ces notations, l'évolution de la fonction d'onde atomique pendant l'impulsion laser de durée τ est donnée par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_a(t_0 + \tau) = e^{i\frac{\tau}{2}(\delta - (\Omega_a^{DL} + \Omega_b^{DL}))} \left\{ \left(i \cos \Theta \sin\left(\frac{\Omega_r \tau}{2}\right) + \cos\left(\frac{\Omega_r \tau}{2}\right) \right) \gamma_a(t_0) + \right. \\ \qquad \qquad \qquad \left. \left(i \sin \Theta \sin\left(\frac{\Omega_r \tau}{2}\right) e^{i(\delta t_0 + \phi_{\text{eff}})} \right) \gamma_b(t_0) \right\} \\ \gamma_b(t_0 + \tau) = e^{i\frac{\tau}{2}[-\delta - (\Omega_a^{DL} + \Omega_b^{DL})]} \left\{ \left(-i \cos \Theta \sin\left(\frac{\Omega_r \tau}{2}\right) + \cos\left(\frac{\Omega_r \tau}{2}\right) \right) \gamma_b(t_0) + \right. \\ \qquad \qquad \qquad \left. \left(i \sin \Theta \sin\left(\frac{\Omega_r \tau}{2}\right) e^{-i(\delta t_0 + \phi_{\text{eff}})} \right) \gamma_a(t_0) \right\} \end{array} \right. \quad (2.19)$$

Les équations d'évolution 2.19 peuvent être réécrites sous une forme matricielle en introduisant la matrice de transfert d'une impulsion Raman $S(\tau, \phi, \Omega_{\text{eff}}, t_0)$ tel que :

$$|\psi(t_0 + \tau)\rangle = S(\tau, \phi, \Omega_{\text{eff}}, t_0)|\psi(t_0)\rangle \quad (2.20)$$

Avec les équations 2.19 la matrice de transfert s'écrit :

$$S(\tau, \phi, \Omega_{\text{eff}}, t_0) = e^{-i(\Omega_a^{DL} + \Omega_b^{DL})\frac{\tau}{2}} \begin{pmatrix} \left(-i \cos \Theta \sin\left(\frac{\Omega_r \tau}{2}\right) + \cos\left(\frac{\Omega_r \tau}{2}\right) \right) e^{-i\delta\frac{\tau}{2}} e^{-i\omega_b \tau} & -i \sin \Theta \sin\left(\frac{\Omega_r \tau}{2}\right) e^{-i(\delta t_0 + \phi_{\text{eff}})} \\ -i \sin \Theta \sin\left(\frac{\Omega_r \tau}{2}\right) e^{i(\delta t_0 + \phi_{\text{eff}})} e^{i\delta\frac{\tau}{2}} e^{-i\omega_a \tau} & \left(i \cos \Theta \sin\left(\frac{\Omega_r \tau}{2}\right) + \cos\left(\frac{\Omega_r \tau}{2}\right) \right) e^{i\delta\frac{\tau}{2}} e^{-i\omega_a \tau} \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

Compensation des déplacements lumineux

Pour un certain rapport d'intensité entre les deux faisceaux lasers, le déplacement lumineux différentiel peut être annulé. Pour faire apparaître la pulsation de Rabi Ω_l de la raie D2 associée au laser l , proportionnelle au module du champ électrique $|E_l|$, on utilise les forces de transition entre les niveaux j et e tel que $f_{je}|\Omega_l|^2 = |\Omega_{lje}|^2$. Avec cette notation, le déplacement lumineux différentiel 2.13 se réécrit :

$$\begin{aligned} \delta^{DL} &= \Omega_b^{DL} - \Omega_a^{DL} \\ &= \frac{f_{be}|\Omega_1|^2}{4(\Delta + \omega_{SHF})} + \frac{f_{be}|\Omega_2|^2}{4\Delta} - \frac{f_{ae}|\Omega_1|^2}{4\Delta} - \frac{f_{ae}|\Omega_2|^2}{4(\Delta - \omega_{SHF})} \end{aligned} \quad (2.22)$$

Nous déduisons de l'expression 2.22 une valeur du rapport d'intensité entre les deux lasers Raman pour que le déplacement lumineux différentiel s'annule :

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{f_{be}}{4(\Delta + \omega_{SHF})} - \frac{c_{1be}}{4\Delta}}{\frac{f_{ae}}{4(\Delta - \omega_{SHF})} - \frac{f_{be}}{4\Delta}} \quad (2.23)$$

Nous verrons par la suite que le déplacement lumineux différentiel peut conduire à des biais importants sur nos mesures de rotation et d'accélération. L'équation 2.23 montre cependant, qu'il est possible d'annuler cet effet quel que soit le désaccord Δ . En pratique, le bon rapport de puissance entre les faisceaux lasers est déterminé expérimentalement.

Cas particuliers des impulsions $\pi/2$ et π

Pour décrire l'interféromètre atomique, il est intéressant de se limiter au cas particulier où la condition de résonance est vérifiée et où les déplacements lumineux différentiels sont compensés. Dans ces conditions $\Omega_r = |\Omega_{\text{eff}}|$ et donc $\cos \Theta = 0$ et $\sin \Theta = 1$.

En choisissant $|\Omega_{\text{eff}}|\tau = \frac{\pi}{2}$ la matrice d'évolution de cette impulsion dite " $\pi/2$ " s'écrit :

$$S_{\pi/2}(\phi_{\text{eff}}) = \frac{e^{-i(\Omega_a^{DL} + \Omega_b^{DL})\frac{\tau}{2}}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{-i\omega_b\tau} & -ie^{-i(\delta t_0 + \phi_{\text{eff}})}e^{-i\omega_b\tau} \\ -ie^{i(\delta t_0 + \phi_{\text{eff}})}e^{-i\omega_a\tau} & e^{-i\omega_a\tau} \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

Cette interaction $\frac{\pi}{2}$ crée une **superposition cohérente équiprobable** entre les deux états hyperfins d'impulsions différentes $|a, \vec{p}\rangle$ et $|b, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$, ce qui permet de réaliser l'équivalent d'une séparatrice 50/50 pour la fonction d'onde atomique $|\Psi\rangle$ (cf figure 2.3). Pour la raie D2 du césium $V_{\text{recul}} = 3,5 \text{ mm.s}^{-1}$ et dans notre expérience la vitesse longitudinale des atomes vaut $V_0 = 300 \text{ mm.s}^{-1}$, la séparation angulaire $\theta_{\text{sep}} \simeq \frac{2V_{\text{recul}}}{V_0}$ est alors de l'ordre de 20 mrad.

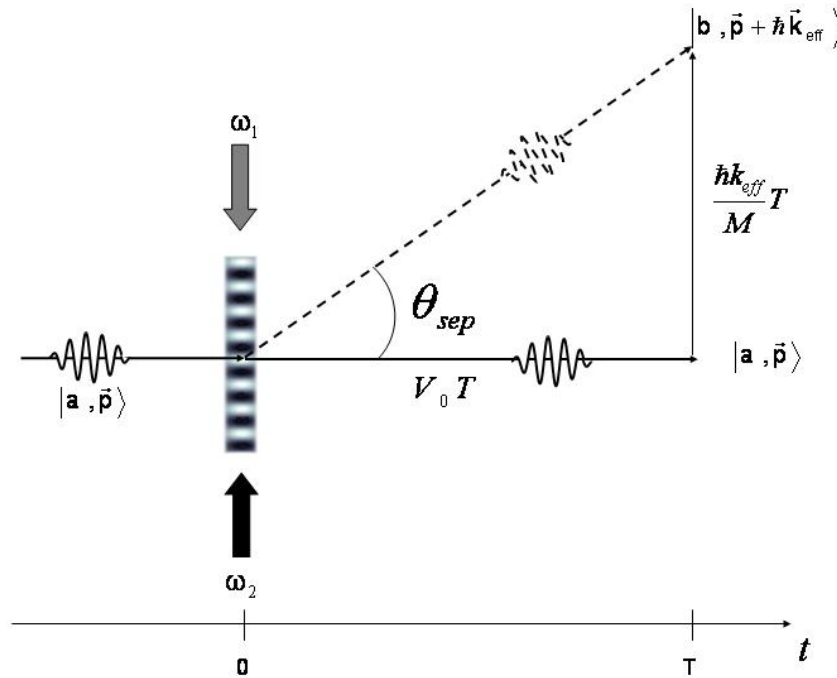


FIG. 2.3 : *Equivalent atomique d'une séparatrice pour onde de matière. La séparatrice est réalisée grâce à l'échange d'impulsions entre les lasers et l'onde de de Broglie lors d'une transition Raman stimulée contre-propagante.*

Lorsque $|\Omega_{\text{eff}}|\tau = \pi$ l'impulsion est dite "impulsion π " et la matrice de transfert correspondante s'écrit :

$$S_{\pi}(\phi_{\text{eff}}) = e^{-i(\Omega_a^{DL} + \Omega_b^{DL})\frac{\tau}{2}} \begin{pmatrix} 0 & -ie^{-i(\delta t_0 + \phi_{\text{eff}})}e^{-i\omega_b\tau} \\ -ie^{i(\delta t_0 + \phi_{\text{eff}})}e^{-i\omega_a\tau} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

L'impulsion π crée un **transfert cohérent** entre les deux niveaux hyperfins et correspond du point de vue des trajectoires à échanger les directions. On parle alors d'équivalent de miroir pour les ondes atomiques.

Probabilité de transition et sélection en vitesse

La condition de résonance (2.16) d'une transition Raman, dépend de la vitesse de l'atome par l'intermédiaire du désaccord Doppler. Ainsi, lorsque l'atome a une vitesse \vec{v} parallèle au vecteur d'onde \vec{k}_{eff} , les faisceaux Raman ne sont plus à résonance avec la transition atomique, on parle alors de *transition sélective en vitesse*.

Cette *sélectivité en vitesse* est reliée à la durée τ de l'impulsion Raman. En effet, la durée de vie des états $|a, \vec{p}\rangle$ et $|b, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ étant très longue, la largeur spectrale de la transition Raman est déterminée par la largeur spectrale de l'onde Raman effective. Ainsi, plus la durée de l'impulsion est grande plus le spectre est étroit, et donc moins il y a de classes de vitesse résonantes. Pour une *impulsion* π , la largeur à mi-hauteur de la transition en Hz vaut $\frac{\Omega_{\text{eff}}}{2\pi} = \frac{1}{\tau}$. La distribution en vitesse dans un nuage d'atome implique que toutes les classes de vitesse ne sont pas résonantes en même temps, ce qui limite l'efficacité des transitions Raman. Par conséquent, la probabilité de transition Raman mesurée reflète la distribution en vitesse du nuage. La largeur à mi-hauteur de la probabilité de transition s'exprime en fonction des désaccords Doppler associés aux classes de vitesse du nuage d'atomes :

$$\Delta v = \frac{1}{k_{\text{eff}} \cdot \tau} \quad (2.26)$$

Cette sélectivité en vitesse empêche de réaliser parfaitement des transitions π et $\pi/2$ pour l'ensemble des atomes. Nous verrons au chapitre 4 que cet effet limite le contraste de l'interféromètre. Par conséquent, il convient de réduire la dispersion en vitesse des nuages d'atomes et d'utiliser des lasers de puissance suffisante. Dans les conditions habituelles de l'expérience, la température du nuage d'atomes froids est de $\sim 1 \mu\text{K}$, la puissance laser de 400 mW et le désaccord entre les lasers et la transition à un photon de $\Delta \sim 400 \text{ MHz}$. Avec ces paramètres la durée d'une impulsion π vaut $\tau \approx 15 \mu\text{s}$ soit une sélectivité en vitesse de l'ordre de $\Delta v = 4,5 \text{ mm.s}^{-1} \sim 1,3 V_{\text{recul}}$.

Avantages techniques

Nous avons vu que les transitions Raman sont sensibles à la différence de fréquence ($\omega_1 - \omega_2$), ainsi, la condition de résonance ne dépend pas, de façon critique, de la fréquence absolue des deux faisceaux lasers (cf. équation 2.16). Par conséquent, les contraintes sur la largeur de raie des lasers Raman sont moins importantes². Cette propriété présente un avantage évident pour la réalisation expérimentale des séparatrices lumineuses.

De plus, les transitions Raman associent aux états atomiques externes un niveau d'énergie "interne" permettant d'utiliser des techniques standards de détection par fluorescence pour mesurer les populations en sortie de l'interféromètre [Bordé 1989]. C'est pourquoi, parmi les nombreuses techniques utilisées pour réaliser des séparatrices pour les ondes atomiques (réseaux de mécanique [Carnal 1991] ou lumineux [Rasel 1995]), les transitions Raman sont aujourd'hui utilisées dans de nombreux interféromètres atomiques destinés aux mesures de grande sensibilité.

2.2 Interféromètre de Ramsey-Bordé symétrique

Nous avons vu la possibilité de réaliser l'équivalent, pour les ondes atomiques, de séparatrices et de miroirs avec des impulsions lumineuses dites $\pi/2$ et π . L'utilisation d'une séquence de trois impulsions $\pi/2 - \pi - \pi/2$, séparées d'un temps T , permet de réaliser un interféromètre de *Ramsey-Bordé* symétrique, équivalent, pour les ondes atomiques, à un interféromètre de Mach-Zehnder en optique photonique [Kasevich 1991] (figure 2.4). En effet, l'onde de de Broglie associée aux atomes, initialement dans l'état $|a, \vec{p}\rangle$ est diffractée par une impulsion $\pi/2$. Les deux états $|a, \vec{p}\rangle$ et $|b, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ se propagent pendant un temps T . Une seconde impulsion π dévie le paquet d'ondes sur chacun des deux bras de l'interféromètre, en échangeant en même temps états externes et internes. Les interférences sont créées en recombinaison des deux bras de l'interféromètre avec une troisième impulsion $\pi/2$ après un temps T . La population dans chacune des voies de sortie de l'interféromètre I et II dépend de la différence de phase $\Delta\Phi$ accumulée le long de chacun des bras de l'interféromètre.

²L'utilisation d'une transition à un photon avec un état excité de longue durée de vie Γ^{-1} devant le temps de l'interféromètre peut être envisagée [Riehle 1991]. Il est alors nécessaire de contrôler la phase de l'onde optique avec une grande précision. En effet, les fluctuations de phase des lasers pendant l'interféromètre s'impriment directement sur la phase atomique. Ainsi, pour un interféromètre de durée totale $T = 100$ ms, une fluctuation de fréquence de $\delta\nu = 1$ mHz introduit un déphasage de l'ordre de $\delta\Phi \simeq \delta\nu T = 1$ mrad. Ce niveau de précision requiert donc un contrôle de la fréquence relative de 10^{-13} pour la fréquence Raman effective (10 GHz dans le domaine micro-onde) et de 10^{-18} pour une onde optique !

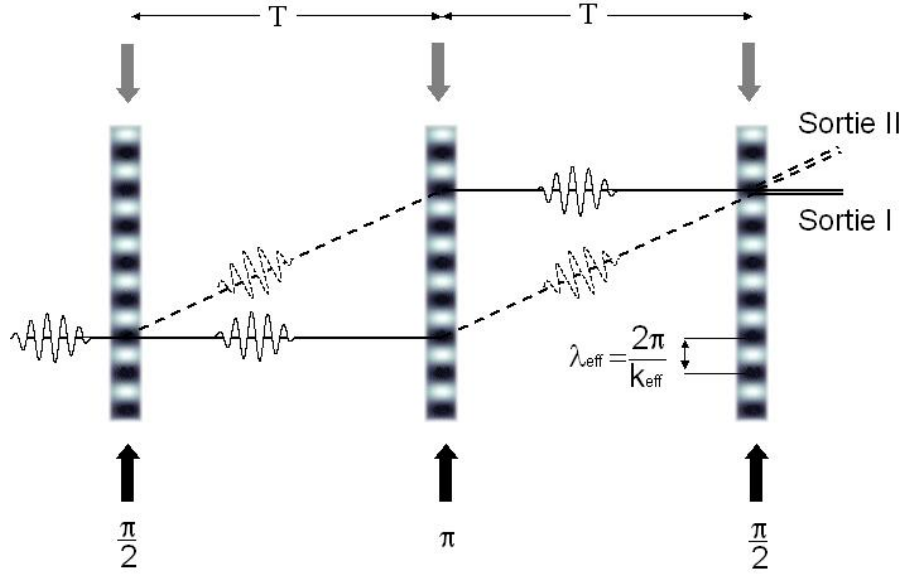


FIG. 2.4 : Schéma d'un interféromètre de Ramsey-Bordé symétrique temporel. Trois impulsions Raman $\pi/2 - \pi - \pi/2$ sont réalisées successivement, séparées d'un temps d'évolution T . Sur le schéma, les états $|a, \vec{p}\rangle$ et $|b, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ sont représentés respectivement en traits pointillés et en trait plein. A la sortie de l'interféromètre, une mesure par fluorescence permet de mesurer les populations dans chacun des états.

2.2.1 Signal de franges

L'état atomique en sortie de l'interféromètre est obtenu en faisant évoluer un atome initialement dans l'état $|a, \vec{p}\rangle$ après une séquence d'impulsions lasers $\pi/2 - \pi - \pi/2$ séparées deux à deux d'une évolution libre de durée T .

L'évolution libre entre les impulsions Raman est régie par l'hamiltonien H_{at} dont les vecteurs propres sont $\{|a, \vec{p}\rangle, |b, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle\}$ avec les valeurs propres $\{\hbar\omega_{a,p} = \hbar\omega_a + p^2/(2M)$ et $\hbar\omega_{b,p+\hbar\vec{k}_{\text{eff}}} = \hbar\omega_b + (\vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}})^2/(2M)\}$. Par conséquent, la matrice d'évolution libre pendant un temps T s'écrit :

$$S_{\text{libre}}(T) = \begin{pmatrix} e^{-(i\omega_{b,p+\hbar\vec{k}_{\text{eff}}})T} & 0 \\ 0 & e^{-i\omega_{a,p}T} \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

L'évolution de la fonction d'onde pendant les impulsions Raman est donnée par les matrices $S_{\pi/2}$ et S_{π} . La matrice de transfert de l'interféromètre s'écrit alors :

$$M_{\text{interf}} = S_{\pi/2}(\phi_3) \cdot S_{\text{libre}} \cdot S_{\pi}(\phi_2) \cdot S_{\text{libre}} \cdot S_{\pi/2}(\phi_1) \quad (2.28)$$

En commençant l'interféromètre avec l'état $|a, \vec{p}\rangle$, l'état de sortie de l'interféromètre se calcule :

$$\begin{pmatrix} \gamma_b \\ \gamma_a \end{pmatrix} = M_{\text{interf}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

La probabilité pour l'atome de se trouver dans l'état $|b, \vec{p} + \hbar \vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ après l'interféromètre est donnée par la formule d'interférence à deux ondes :

$$P_b = |\gamma_b(2T)|^2 = \frac{1}{2} (1 - \cos \Delta\phi) \quad (2.30)$$

Avec :

$$\Delta\phi = \phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3 \quad (2.31)$$

où les ϕ_i sont les phases lasers vue par les atomes au moment des trois impulsions lasers.

Une propriété remarquable des interféromètres de *Ramsey-Bordé symétriques* est que le déphasage accumulé en l'absence de forces, ne dépend pas de la vitesse initiale de l'atome. De plus, il est intéressant de remarquer dès à présent que la symétrie de l'interféromètre implique que l'atome se propage un temps équivalent dans chacun des états internes. Ainsi, les effets déplaçant la fréquence de transition de manière homogène pendant l'interféromètre ne créent pas de déphasage.

2.2.2 Déphasage dû aux forces d'inertie

Sensibilité à une accélération uniforme

Dans le cas d'une accélération uniforme \vec{g} dans la direction \vec{z} , l'hamiltonien du système dans le référentiel uniformément accéléré des lasers s'écrit :

$$H = H_0 + \frac{\hat{P}^2}{2M} + H_{\text{int}} - M\vec{g}\hat{Z} \quad (2.32)$$

Il est possible d'éliminer l'opérateur $M\vec{g}\hat{Z}$ grâce au passage dans le référentiel inertiel des atomes. Ce changement de référentiel est réalisé via l'opérateur $\mathcal{A}(t)$ [Cohen-Tannoudji 92].

$$\mathcal{A}(t) = e^{-i\frac{gt^2\hat{P}}{2\hbar}} + e^{-i\frac{Mgt\hat{Z}}{\hbar}} \quad (2.33)$$

La fonction d'onde dans le nouveau référentiel est notée $|\tilde{\Psi}\rangle$:

$$\begin{aligned} |\tilde{\Psi}\rangle &= \mathcal{A}(t)|\Psi\rangle \\ |\Psi\rangle &= \mathcal{A}^+(t)|\tilde{\Psi}\rangle \end{aligned} \quad (2.34)$$

Ainsi dans le référentiel de l'atome, l'évolution de la fonction d'onde $|\tilde{\Psi}\rangle$ est déterminée par l'hamiltonien \tilde{H} tel que :

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{d}{dt} \left(\mathcal{A}^+(t)|\tilde{\Psi}\rangle \right) &= H \mathcal{A}^+(t)|\tilde{\Psi}\rangle \\ i\hbar \frac{d}{dt} |\tilde{\Psi}\rangle &= \left(\mathcal{A}(t) H \mathcal{A}^+(t) - i\hbar \left(\frac{d}{dt} \mathcal{A}(t) \right) \mathcal{A}^+(t) \right) |\tilde{\Psi}\rangle \end{aligned} \quad (2.35)$$

L'équation d'évolution 2.35 de l'onde atomique dans le référentiel de l'atome en chute libre permet de déduire l'expression de l'hamiltonien \tilde{H} dans ce référentiel en présence du champ laser H_{int} :

$$\begin{aligned} \tilde{H} &= \mathcal{A}(t) H \mathcal{A}^+(t) - i\hbar \dot{\mathcal{A}}(t) \mathcal{A}^+(t) \\ &= H_0 + \frac{P^2}{2M} + H_{int} e^{-i \frac{kgt^2}{2}} \end{aligned}$$

(2.36)

Entre les deux impulsions lasers, l'hamiltonien dans le nouveau référentiel s'écrit $\tilde{H} = H_0 + \frac{\vec{P}^2}{2M}$, il a la même expression que celui utilisé dans le référentiel inertiel, dont les états propres sont $\{|a, \vec{p}\rangle$ et $|b, \vec{p} + \hbar \vec{k}_{eff}\rangle\}$. Par ailleurs, l'interaction avec les lasers se traduit simplement par un facteur de phase supplémentaire $e^{-i \frac{kgt^2}{2}}$ devant l'hamiltonien d'interaction H_{int} . Ce terme s'interprète facilement comme le déplacement des équiphasés lasers dans le référentiel des atomes³. La phase laser vue par les atomes est donnée par :

$$\phi_{eff}(t) = \phi_{eff}^0 + kgt^2/2 \quad (2.37)$$

où ϕ_{eff}^0 est la différence de phase laser Raman dans le référentiel des lasers Raman (concrètement ϕ_{eff}^0 correspond à la consigne de phase utilisé dans l'asservissement en phase des deux lasers Raman). Par conséquent, dans ce référentiel la fonction d'onde évolue toujours entre les deux états d'impulsion bien définis $\{|a, \vec{p}\rangle$ et $|b, \vec{p} + \hbar \vec{k}_{eff}\rangle\}$. Nous pouvons donc calculer le

³Le déphasage atomique peut alors être vu comme la mesure de la position de l'atome par rapport à une "règle" optique, réalisée par le réseau d'équiphasé des faisceaux laser Raman. Plus k_{eff} est grand, plus le pas du réseau d'équiphasés $\lambda_{eff} = \frac{2\pi}{k_{eff}}$ est petit et meilleure est la résolution sur le déplacement des atomes.

déphasage en sortie de l'interféromètre en présence d'une accélération uniforme en utilisant les résultats dérivés dans le cas d'un atome "libre", matrice 2.28. La probabilité de transition après l'interféromètre s'exprime alors par :

$$P = \frac{1}{2} (1 - \cos(kgT^2 + \phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3)) \quad (2.38)$$

où le déphasage induit par une accélération uniforme g ne dépend que du vecteur d'onde effectif des lasers Raman k_{eff} et de la durée T entre les trois impulsions Raman :

$$\Delta\Phi_{\text{acc}} = k_{\text{eff}}gT^2 \quad (2.39)$$

Sensibilité à une rotation uniforme

Nous calculons l'effet d'une vitesse de rotation uniforme et constante $\vec{\Omega} = \Omega\vec{e}_y$ sur un interféromètre réalisé avec des faisceaux Raman orientés dans la direction \vec{z} et un atome ayant une vitesse selon \vec{x} (figure B.1).

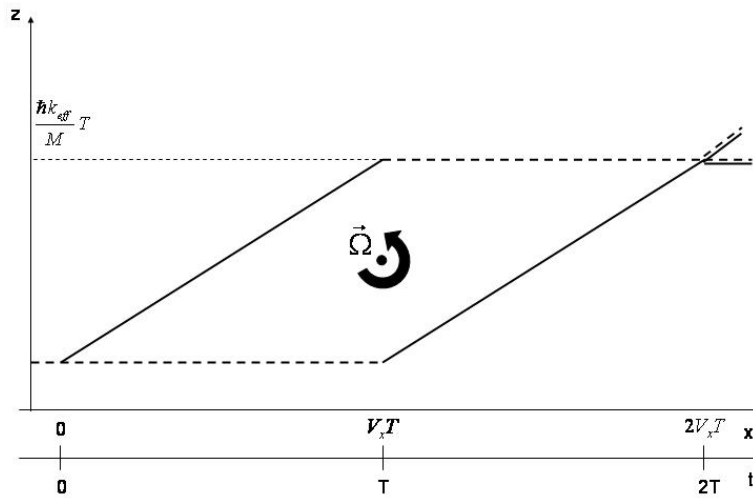


FIG. 2.5 : Interféromètre de Ramsey-Bordé réalisé avec trois impulsions Raman séparées deux à deux d'un temps T . Les impulsions Raman sont dirigées dans la direction \vec{z} et les atomes sont lancés avec une vitesse V_x dans la direction \vec{x} . La vitesse communiquée par les faisceaux Raman au moment des impulsions vaut $\frac{\hbar k_{\text{eff}}}{M}$. Par conséquent, l'interféromètre forme un parallélogramme d'aire $(v_x T \cdot \frac{\hbar k_{\text{eff}}}{M} T)$.

L'évolution de la fonction d'ondes de l'atome dans le référentiel des lasers est déterminée par l'hamiltonien [Landau mecanique] :

$$H = H_0 + \frac{\hat{P}^2}{2M} + H_{int} - \vec{\Omega} \cdot (\vec{r} \wedge \vec{p}) \quad (2.40)$$

Comme pour l'accélération il est possible d'utiliser les résultats obtenus dans la situation où l'atome n'est soumis à aucune force, en passant dans le référentiel des atomes en chute libre. L'opérateur qui permet ce changement de référentiel est l'opérateur qui génère une rotation d'angle Ωt [Baym] :

$$\mathcal{R}(t) = e^{\frac{i}{\hbar} \vec{\Omega} \cdot \hat{\vec{L}} t} \quad (2.41)$$

où $\hat{\vec{L}} = \vec{r} \wedge \vec{p}$ est le moment cinétique de l'atome⁴. Dans le référentiel atomique l'évolution de la fonction d'onde atomique est donnée par l'hamiltonien \tilde{H} :

$$\begin{aligned} \tilde{H} &= \mathcal{R}(t) H \mathcal{R}^\dagger(t) + i\hbar \left(\frac{d}{dt} \mathcal{R}(t) \right) \mathcal{R}(t) \\ &= H_0 + \frac{\vec{P}^2}{2M} + H_{int} e^{ik\Omega V_x t^2} \end{aligned} \quad (2.42)$$

Ce calcul, donné en annexe A, nécessite plusieurs approximations :

- le mouvement selon \vec{x} est traité classiquement.
- un développement au premier ordre en Ωt est utilisé.
- la modification des trajectoires due à la rotation est négligée : cette approximation est appelée *approximation des trajectoires non perturbées*.
- la modification de la polarisation des lasers lors de la rotation est négligée : approximation scalaire du champ laser.

Comme pour le cas de l'accélération, le passage dans le référentiel de l'atome se manifeste par un terme de phase supplémentaire au moment de l'interaction avec les lasers, correspondant au déplacement relatif ($\Omega V_x t^2$) des équiphasas lasers par rapport à l'atome en chute libre. Dans ce référentiel, les états propres sont $\{|a, \vec{p}\rangle$ et $|b, \vec{p} + \hbar \vec{k}_{eff}\rangle$ ainsi un calcul identique à celui effectué pour l'accélération (section 2.2.2) peut être réalisé en changeant la phase des lasers en $\phi_{\text{eff}}(t) = \phi^0 + 2kV_x \Omega t^2$. La probabilité de transition après l'interféromètre s'exprime alors par :

⁴Le spin (interne) total de l'atome est négligé dans le calcul. Le couplage entre rotation et spin est calculé dans [Mashhoon 1988]

$$P = \frac{1}{2} (1 - \cos(2kV\Omega T^2 + \phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3)) \quad (2.43)$$

Le déphasage interférométrique dû à la vitesse de rotation $\Delta\Phi_{rot} = 2kV_x\Omega T^2$ obtenu pour le cas particulier où $\vec{k} = k\vec{z}$, $\vec{\Omega} = \Omega\vec{y}$ peut être généralisé pour n'importe quelle direction de \vec{k} et de $\vec{\Omega}$ pour obtenir :

$$\Delta\Phi_{rot} = 2\vec{\Omega} \cdot (\vec{k} \wedge \vec{V}) \quad (2.44)$$

Cette équation peut se réécrire en fonction de l'aire orientée de l'interféromètre \vec{A} :

$$\vec{A} = \frac{\hbar\vec{k}}{M} T \wedge \vec{V} T \quad (2.45)$$

Le déphasage calculé en 2.44 devient :

$$\Delta\Phi_{rot} = 2\vec{\Omega} \cdot \vec{A} \frac{M}{\hbar} = 2\vec{\Omega} \cdot \vec{A} \frac{E}{\hbar c^2} \quad (2.46)$$

On retrouve l'expression du **déphasage Sagnac** induit lors de la rotation d'un interféromètre d'aire non nulle. Ce déphasage bien connu en optique est proportionnel à E l'énergie de la particule utilisée dans l'interféromètre.

Interféromètre double

Lorsque l'interféromètre est soumis à une accélération et à une rotation, le déphasage en sortie de l'interféromètre, au premier ordre en $\vec{\Omega}$ et en \vec{a} , a l'expression suivante :

$$\Delta\Phi = \Delta\Phi_{acc} + \Delta\Phi_{rot} = \vec{k}_{eff} \cdot \vec{a} T^2 - 2\vec{k}_{eff} \cdot \vec{\Omega} \wedge \vec{V} T^2 \quad (2.47)$$

Pour réaliser un capteur inertiel, il est nécessaire de discriminer les déphasages dus aux accélérations et ceux dus aux rotations. Cette distinction peut être réalisée en exploitant le fait que le déphasage dû à la rotation dépend de la vitesse moyenne \vec{V} de l'onde atomique, contrairement à celui dû à une accélération. Pour cela, deux interféromètres atomiques sont réalisés avec deux sources d'atomes contre-propageantes A et B de vitesses opposées. Ces deux sources d'atomes sont soumises aux mêmes lasers Raman aux mêmes instants, créant ainsi deux interféromètres dont les aires orientées $\vec{A} = \frac{\hbar\vec{k}_{eff}}{m} T \wedge \vec{V} T$ sont opposées (cf. figure 2.6). Cette méthode a été introduite dans [Gustavson 1998] pour une expérience de gyromètre avec un jet d'atomes thermiques. Le déphasage mesuré à la sortie de l'interféromètre pour chacune des sources A et B est donné par :

$$\Delta\Phi_A = \Delta\Phi_{acc} + \Delta\Phi_{rot} \quad (2.48)$$

$$\Delta\Phi_B = \Delta\Phi_{acc} - \Delta\Phi_{rot} \quad (2.49)$$

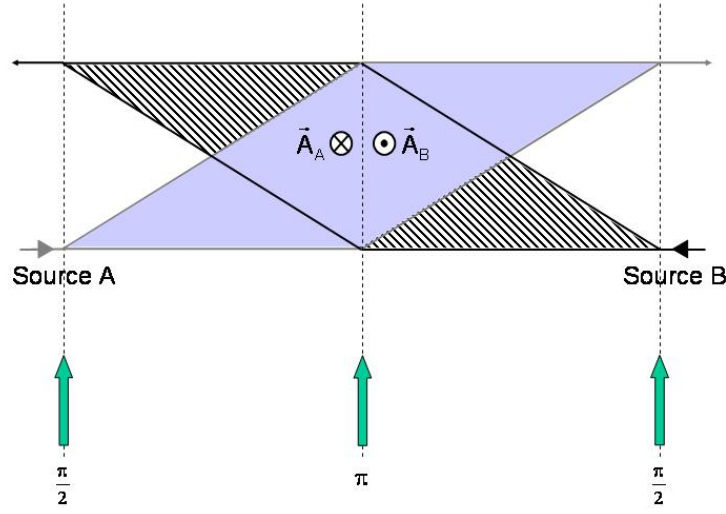


FIG. 2.6 : Schéma des deux interféromètres atomiques réalisés avec deux sources atomiques dont les vitesses de lancement longitudinales sont opposées. Les aires orientées \vec{A}_A et \vec{A}_B sont donc opposées ce qui permet de discriminer l'accélération et la rotation.

La demi-somme et la demi-différence des deux déphasages fournissent indépendamment l'accélération et la rotation :

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_{acc} &= \frac{\Delta\Phi_A + \Delta\Phi_B}{2} \\ \Delta\Phi_{rot} &= \frac{\Delta\Phi_A - \Delta\Phi_B}{2}\end{aligned}\tag{2.50}$$

2.2.3 Limites du modèle

Pour modéliser l'interféromètre atomique, nous avons jusqu'à présent décrit la fonction d'onde atomique par la superposition de deux états d'impulsion bien déterminés (ondes planes). Cette hypothèse nous a permis de décrire simplement l'interaction atome-laser en faisant évoluer l'onde atomique entre les deux états $|a, \vec{p}\rangle$ et $|b, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$. Pour évaluer l'effet d'une accélération ou d'une rotation nous avons effectué un changement de référentiel pour passer dans le référentiel des atomes en chute libre, et conserver les états d'impulsion $|\vec{p}\rangle$ et $|\vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$. La mesure des forces d'inertie s'interprète alors comme la mesure du déplacement moyen entre deux référentiels, celui des atomes en chute libre et celui des lasers, au moment de l'interaction avec les lasers.

Cependant, ce formalisme ne prend pas en compte la séparation spatiale des ondes atomiques et ne peut être utilisé pour décrire les effets pour lesquels il existe des forces agissant différemment sur les deux bras de l'interféromètre (gradient d'accélération ou de champ ma-

gnétique) entraînant des défauts de recouvrement des paquets d'onde en sortie de l'interféromètre. En particulier, un traitement plus rigoureux des rotations et des termes croisés entre accélération et rotation nécessite un formalisme plus complet.

2.2.4 Pour aller plus loin : le formalisme ABCD

Un modèle plus juste consiste à propager le paquet d'onde atomique sur chacun des bras de l'interféromètre. Le déphasage en sortie dépend alors de trois contributions :

- Déphasage lié à la propagation de l'onde atomique le long de chacun des deux chemins de l'interféromètre
- Déphasage lié au passage dans les séparatrices lumineuses
- Déphasage lié au décalage en position entre les deux ondes partielles, au moment de la dernière impulsion.

Nous exposons les résultats obtenus avec la méthode des *matrices ABCD*, développée par Ch. J. Bordé, qui adapte le formalisme des matrices ABCD de l'optique gaussienne à la description de paquets d'ondes atomiques. Cette méthode permet une description des paquets d'onde atomique plus proche de la réalité que les méthodes utilisant la propagation en ondes planes. De plus, nous verrons qu'elle permet de calculer les déphasages exacts mesurés avec notre dispositif. Dans un premier temps, on expose les grandes lignes du formalisme ABCD, qui permettent de calculer les déphasages en sortie d'un interféromètre. Nous n'évoquerons que les principales articulations du raisonnement, les démonstrations ou des justifications plus précises, des résultats pourront être trouvées dans les références citées. Ensuite, cette méthode est appliquée au calcul du déphasage mesuré en sortie de notre interféromètre, lorsqu'il est soumis à l'accélération de gravité, et à la rotation de la Terre. Pour cela, nous suivrons la méthode proposée dans la référence [Antoine 2003].

Déphasage dû à la propagation de l'onde atomique

L'évolution de la fonction d'onde $|\Psi(t)\rangle$ est déterminée par l'équation de Schrödinger :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(t)\rangle = H(t) |\Psi(t)\rangle \quad (2.51)$$

ou encore sous forme opérationnelle, entre t_0 et t_1 :

$$|\Psi(t_1)\rangle = U(t_1, t_0) |\Psi(t_0)\rangle \quad (2.52)$$

Lorsque H est indépendant du temps, l'opérateur d'évolution $U(t_1, t_0)$, s'exprime simplement par :

$$U(t_1, t_0) = \exp \left(-\frac{i}{\hbar} H(t_1 - t_0) \right)$$

En représentation position $\{|\vec{r}\rangle\}$ la fonction d'onde s'écrit $\langle \vec{r} | \Psi(t) \rangle = \Psi(\vec{r}, t)$; en insérant dans l'expression 2.52 la relation de fermeture $\int dr_0 |r_0\rangle \langle r_0| = \mathbb{I}$ entre $U(t_1, t_0)$ et $|\Psi(t_0)\rangle$ on fait apparaître le propagateur $K(r_1, t_1, r_0, t_0)$ du paquet d'onde entre t_0 et t_1 :

$$\Psi(\vec{r}_1, t_1) = \int dr_0 \langle r_1 | U(t_1, t_0) | r_0 \rangle \Psi(\vec{r}_0, t_0) = \int dr_0 K(r_1, t_1, r_0, t_0) \Psi(\vec{r}_0, t_0) \quad (2.53)$$

Dans le cas d'un hamiltonien au plus quadratique en position $\hat{\vec{r}}$ et en impulsion $\hat{\vec{p}}$ une expression analytique du propagateur $K(r_1, t_1, r_0, t_0)$ a été démontrée par Van-Vleck [Van Vleck 1928] :

$$K(\vec{r}_1, t_1, \vec{r}_0, t_0) = \frac{1}{C} \exp \left(\frac{i}{\hbar} S_{Cl}(\vec{r}_1, t_1, \vec{r}_0, t_0) \right) \quad (2.54)$$

où C est une constante de normalisation et $S_{Cl}(\vec{r}_1, t_1, \vec{r}_0, t_0)$ correspond à l'action classique, définie comme l'intégrale du lagrangien évalué le long de la trajectoire classique $\vec{r}(t)$ entre les points (\vec{r}_0, t_0) et (\vec{r}_1, t_1) :

$$S_{Cl} = \int_{t_0}^{t_1} dt \mathcal{L}(\vec{r}(t), \vec{p}(t)) \quad (2.55)$$

$$\mathcal{L}(\vec{r}(t), \vec{p}(t)) = \frac{p^2}{2M} - V$$

où le lagrangien \mathcal{L} est défini comme la différence entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle V de la particule.

Lorsque le lagrangien est au plus quadratique, l'action classique S_{Cl} est aussi une fonction quadratique en r_0 et r_1 (voir par exemple [Storey 1994]), le propagateur est alors une fonction gaussienne en r_0 et r_1 . On montre alors que l'action du propagateur 2.54 sur un paquet d'onde gaussien redonne un paquet d'onde gaussien avec un terme de phase supplémentaire correspondant à l'action classique.

Le paquet d'onde gaussien, que l'on cherche à propager, est donné à l'instant initial t_0 par l'expression 2.56. Dans cette expression \vec{r}_{c0} est la position du centre du paquet d'onde, \vec{p}_{c0} son impulsion moyenne et où les matrices X_0 et Y_0 correspondent aux largeurs en position et en impulsion :

$$\Psi(\vec{r}, t_0) = \mathcal{G}_{\vec{r}_{c0}, \vec{p}_{c0}, X_0, Y_0}(\vec{r}, t_0) = \frac{1}{\sqrt{\det X_0}} \exp\left(i \frac{M}{2\hbar} (\vec{r} - \vec{r}_{c0}) Y_0 X_0^{-1} (\vec{r} - \vec{r}_{c0})\right) \exp\left(i \frac{\vec{p}_{c0}}{\hbar} (\vec{r} - \vec{r}_{c0})\right) \quad (2.56)$$

Nous avons vu que le paquet d'onde à l'instant $t > t_0$ est une fonction gaussienne avec un terme de phase supplémentaire $S_{Cl}(t_0, t)$. L'évolution de l'impulsion et de la position moyenne de ce paquet d'onde r_c, p_c , dans la limite où l'hamiltonien est au plus quadratique en \vec{r} et \vec{p} , suit les lois de la mécanique classique, conformément au théorème d'Ehrenfest [Messiah tome 1]. De plus, Ch.J. Bordé a démontré [Bordé 2001] que l'on pouvait généraliser le théorème d'Ehrenfest aux largeurs en position et en impulsion de la gaussienne (X, Y) . Ainsi, la propagation du paquet d'onde gaussien peut être déterminée, en faisant évoluer les nouveaux paramètres de la gaussienne à l'instant t , r_c, p_c, X, Y , avec les lois de la mécanique classique. On exprime alors la fonction d'onde gaussienne à l'instant t , $\Psi(r, t)$, de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \Psi(\vec{r}, t) &= \mathcal{G}_{\vec{r}_c, \vec{p}_c, X, Y}(\vec{r}, t) e^{\frac{i}{\hbar} S_{Cl}(t_0, t)} \\ &= \frac{e^{\frac{i}{\hbar} S_{Cl}(t_0, t)}}{\sqrt{\det X}} \exp\left(i \frac{M}{2\hbar} (\vec{r} - \vec{r}_c) Y X^{-1} (\vec{r} - \vec{r}_c)\right) \exp\left(i \frac{\vec{p}_c}{\hbar} (\vec{r} - \vec{r}_c)\right) \end{aligned} \quad (2.57)$$

La phase de la fonction d'onde accumulée lors de la propagation du paquet d'onde entre t_0 et t , est alors donnée par :

$$\boxed{\Phi_{propagation} = \frac{1}{\hbar} S_{Cl}(t_0, t) + \frac{p_c}{\hbar} (r - r_c) - \frac{p_{c0}}{\hbar} (r - r_{c0}) + f(X_0, Y_0, X, Y, r_{c0}, r)} \quad (2.58)$$

où la fonction f est un terme de phase relié aux largeurs du paquet d'onde.

Pour calculer le déphasage accumulé, entre les deux bras de l'interféromètre, lors de la propagation des paquets d'onde, on divise l'interféromètre en trois tranches temporelles (voir figure 2.7), puis on somme la contribution du déphasage accumulé sur chacune des tranches. La première tranche temporelle correspond à l'intervalle de temps entre la première et la deuxième impulsion Raman, la deuxième tranche correspond à l'intervalle de temps entre la deuxième et la troisième impulsion Raman et la troisième à l'intervalle de temps entre la troisième impulsion Raman et la détection.

Le déphasage dû à la propagation comporte trois contributions, la première correspond à la différence d'action entre le début (t_j) et la fin (t_{j+1}) de chaque tranche temporelle $S(t_{j+1}, t_j)$.

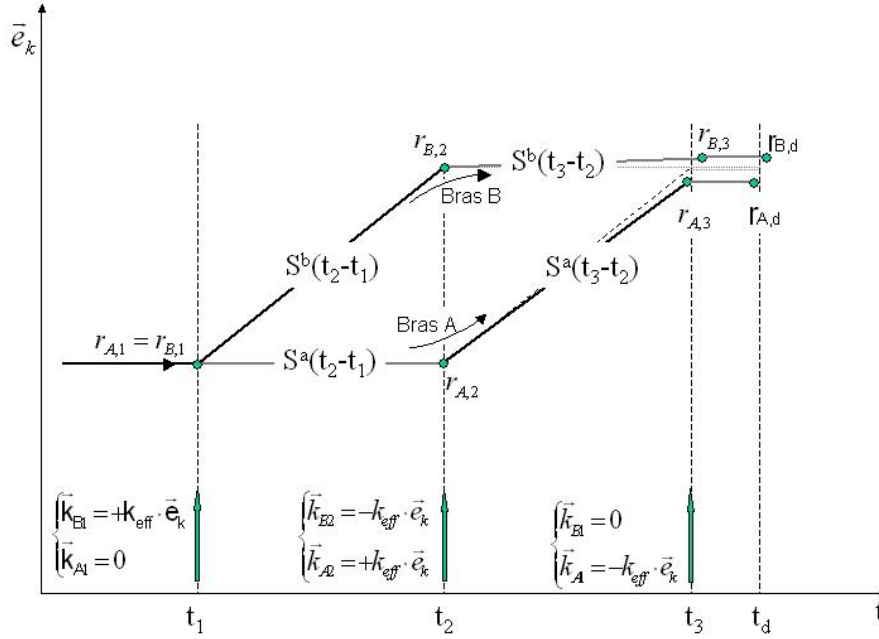


FIG. 2.7 : Pour le calcul de la phase liée à la propagation du paquet d'onde on sépare l'interféromètre en trois tranches temporelles : entre la première et la deuxième impulsion, entre la deuxième et la troisième impulsion et entre la troisième impulsion et le moment de la détection. L'action classique calculée entre deux impulsions sur le bras A (ou B) est notée $S^{a(b)}(t_{j+1} - t_j)$.

La deuxième contribution est liée au terme en $\frac{p_c(j+1)}{\hbar}(r - r_c(j+1)) - \frac{p_c(j)}{\hbar}(r - r_c(j))$ du déphasage de propagation (équation 2.58). Entre deux tranches successives, le dernier terme de cette contribution se simplifie avec le premier de la tranche suivante. Cette contribution, se simplifie alors notablement, et il ne reste que le dernier terme évalué au moment de la détection : $p_{B,d}(r - r_{B,d}) - p_{A,d}(r - r_{B,d})$. Ce terme traduit simplement, le défaut de recouvrement des deux paquets d'onde en sortie de l'interféromètre ($r_{A,d} \neq r_{B,d}$).

En utilisant des arguments similaires, la contribution liée aux largeurs des paquets d'ondes se simplifie, et se résume à $f(X_{B,d}, Y_{B,d}, r_{B,d}) - f(X_{A,d}, Y_{A,d}, r_{A,d})$. Le déphasage dû à la

propagation des paquets d'onde s'écrit alors :

$$\Delta\Phi_{\text{prop.}} = \Phi_{\text{propagation}B} - \Phi_{\text{propagation}A} = \begin{cases} \sum_{j=1}^3 \frac{1}{\hbar} (S_B(t_{j+1}, t_j) - S_A(t_{j+1}, t_j)) \\ + \frac{p_{B,d}}{\hbar} (r - r_{B,d}) - \frac{p_{A,d}}{\hbar} (r - r_{A,d}) \\ + f(X_{B,d}, Y_{B,d}, r_{B,d}) - f(X_{A,d}, Y_{A,d}, r_{A,d}) \end{cases} \quad (2.59)$$

Dans le cas général, l'action classique le long des trajectoires perturbées n'est pas simple à calculer. Un exemple de calcul de ce type peut être trouvé dans [Cohen-Tannoudji 92] pour une accélération constante ou dans [Holleville 2001] dans le cas d'une rotation constante. Cependant, les atomes sont en général soumis à plusieurs potentiels perturbateurs, par exemple dans le cas d'un interféromètre à la surface de la Terre les atomes sont soumis au champ de gravitation terrestre et aux rotations. Pour traiter ce type situation, la complexité des calculs conduit à utiliser une approche perturbative souvent lourde [Bongs 2006]. Dans les calculs qui suivent nous utiliserons une propriété démontrée dans [Antoine 2002], reliant la différence d'action entre deux impulsions Raman, aux positions et impulsions classiques des points de départ (indice j) et d'arrivée (indice $j+1$) sur chacun des deux bras (A et B) :

$$S_B(t_{j+1}, t_j) - S_A(t_{j+1}, t_j) = \begin{cases} \frac{1}{2}(p_{B,j+1} + p_{A,j+1})(r_{B,j+1} - r_{A,j+1}) \\ - \frac{1}{2}(p_{B,j} + p_{A,j})(r_{B,j} - r_{A,j}) \\ - \frac{\hbar}{2}(k_{Bj} + k_{Aj})(r_{B,j} - r_{A,j}) \\ - (E_{Bj} - E_{Aj})t_j \end{cases} \quad (2.60)$$

Le dernier terme de l'équation correspond à l'énergie interne de l'atome sur chacun des bras de l'interféromètre, qui peut varier au cours de la propagation. On notera par la suite, l'énergie de l'atome au moment de l'impulsion j , sur le bra B : $E_{Bj} = E_F^0 + \hbar\delta\omega_{Bj}$ et l'énergie de l'atome sur le bra A : $E_{Aj} = E_F^0 + \hbar\delta\omega_{Aj}$ où E_F^0 est l'énergie non perturbée du niveau hyperfin F ($E_4^0 = \hbar\omega_{SHF}$ et $E_3^0 = 0$) et $\hbar\delta\omega_j$ l'écart en énergie au moments de l'impulsion j . Plus précisément, dans le cas d'un interféromètre de Ramsey-Bordé symétrique, ces énergies sont notées :

N° impulsion	E_{Aj}	E_{Bj}
t_1	$\hbar\delta\omega_{A1}$	$\hbar\omega_{SHF} + \hbar\delta\omega_{B1}$
t_2	$\hbar\omega_{SHF} + \hbar\delta\omega_{A2}$	$\hbar\delta\omega_{B2}$
t_3	$\hbar\delta\omega_{A3}$	$\hbar\delta\omega_{B3}$

TAB. 2.1 : *Energie de l'atome sur chacun des bras au moment des impulsions lasers.*

Déphasage dû à l'interaction avec les lasers Raman

Nous avons établi (section 2.1, page 27) que lors d'une transition Raman la fonction d'onde est multipliée par le facteur de phase laser $\exp(\pm i\phi_{\text{eff}})$ où $\phi_{\text{eff}} = \vec{k}_{\text{eff}}\vec{r} + \omega_{\text{eff}}t + \phi_{\text{eff}}^0$, le signe + correspondant à une transition de l'état fondamental vers l'état excité et le signe - une transition de l'état excité vers l'état fondamental. Ce résultat est généralisé dans [Bordé 1994] pour l'ensemble des paquets d'onde dans la limite où la forme des paquets d'onde n'est pas modifiée lors de l'interaction avec les lasers. Ce résultat est nommé théorème *ttt* et permet d'écrire la partie diffractée de la fonction d'onde $\Psi(r)$ après la traversée d'une séparatrice laser en fonction de la fonction d'onde incidente $\Psi_0(r)$:

$$\Psi(r) = \Psi_0(r)e^{\pm i(\omega_{\text{eff}}t - kr + \phi_{\text{eff}}^0)} \quad (2.61)$$

où r est le centre du paquet d'onde à l'instant t .

Le déphasage entre les deux bras de l'interféromètre induit par les séparatrices lasers au moment des trois interactions Raman s'écrit alors :

$$\Delta\Phi_{\text{laser}} = \sum_{j=1}^3 ((k_{Bj}r_{Bj} - k_{Aj}r_{Aj}) - (\omega_{Bj} - \omega_{Aj})t_j - (\phi_{Bj} - \phi_{Aj})) \quad (2.62)$$

Il convient de faire attention aux notations, les grandeurs $k_{Bra\ j}$, $\omega_{Bra\ j}$, $\phi_{Bra\ j}$ sont nulles lorsqu'elles correspondent à une interaction pour laquelle l'onde atomique n'est pas diffractée (voir figure 2.7). On explicite ces termes pour chacune des interactions lasers sur les deux bras de l'interféromètre dans le tableau 2.2.

Déphasage mesuré

Le déphasage accumulé entre les deux bras de l'interféromètre est la somme du déphasage accumulé lors de la propagation des paquets d'onde atomique et du déphasage laser imprimé

N^0 impulsion	k_{Aj}	k_{Bj}	ω_{Aj}	ω_{Bj}	ϕ_{Aj}	ϕ_{Bj}
t_1	0	k_{eff}	0	$-\omega_{\text{eff}}$	0	$-\phi_1$
t_2	k_{eff}	$-k_{\text{eff}}$	$-\omega_{\text{eff}}$	ω_{eff}	$-\phi_2$	ϕ_2
t_3	$-k_{\text{eff}}$	0	ω_{eff}	0	ϕ_3	0

TAB. 2.2 : Expression des grandeurs intervenant dans la phase laser imprimée sur les paquets d'onde sur les bras A et B, au moment des impulsions lasers.

sur la phase de l'onde atomique pendant la traversée des séparatrices atomiques (équation 2.63).

$$\Delta\Phi = \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^3 \frac{1}{\hbar} (S_B(t_{j+1}, t_j) - S_A(t_{j+1}, t_j)) \\ + \frac{1}{\hbar} (p_{B,d}(r - r_{B,d}) - p_{A,d}(r - r_{A,d})) \\ + f(X_{B,d}, Y_{B,d}, r_{B,d}) - f(X_{A,d}, Y_{A,d}, r_{A,d}) \\ + \sum_{j=1}^3 ((k_{Bj}r_{Bj} - k_{Aj}r_{Aj}) - (\omega_{Bj} - \omega_{Aj})t_j - (\phi_{Bj} - \phi_{Aj})) \end{array} \right. \quad (2.63)$$

Le signal de sortie effectivement mesuré, correspond à une moyenne sur l'ensemble du paquet d'onde, et suppose d'intégrer sur les positions r du paquet d'onde au moment de la détection. On montre alors [Bordé 2001] que la contribution liée à la largeur des paquets d'onde s'annule, et que le déphasage induit par le décalage des deux paquets d'onde, se calcule au point milieu des centres des deux paquets d'onde au moment de la détection :

$$\frac{p_{B,d} + p_{A,d}}{2\hbar} (r_{B,d} - r_{A,d}) \quad (2.64)$$

Le déphasage mesuré en sortie de l'interféromètre dépend alors, de la différence d'action sur chacun des bras de l'interféromètre, de la phase des lasers imprimée sur la fonction d'onde atomique et du décalage des deux paquets d'onde en sortie de l'interféromètre, évalué au point

milieu :

$$\Delta\Phi = \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^3 \frac{1}{\hbar} (S_B(t_{j+1}, t_j) - S_A(t_{j+1}, t_j)) \\ + \sum_{j=1}^3 \left((k_{Bj} r_{Bj} - k_{Aj} r_{Aj}) - (\omega_{\text{eff}}^B - \omega_{\text{eff}}^A) t_j - (\phi_{Bj} - \phi_{Aj}) \right) \\ - \frac{p_{B,d} + p_{A,d}}{2\hbar} (r_{B,d} - r_{A,d}) \end{array} \right. \quad (2.65)$$

En utilisant l'expression de la différence d'action (équation 2.60), le déphasage en sortie de l'interféromètre 2.65 se simplifie et s'exprime en fonction de la phase imprimée au moment des impulsions lasers au centre des paquets d'onde sur chacun des chemins et du désaccord $\delta\omega_j$ des niveaux d'énergie interne au moment des interactions lasers :

$$\Delta\Phi = \left\{ \begin{array}{l} \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \left(\vec{r}_1 - 2 \frac{\vec{r}_{B2} + \vec{r}_{A2}}{2} + \frac{\vec{r}_{B3} + \vec{r}_{A3}}{2} \right) \\ - (\varphi_1^0 - 2\varphi_2^0 + \varphi_3^0) \\ - (\delta\omega_{1B} - \delta\omega_{1A} + \delta\omega_{2B} - \delta\omega_{2A} + \delta\omega_{3B} - \delta\omega_{3A}) T \end{array} \right. \quad (2.66)$$

Cette expression montre que le déphasage accumulé lors de la propagation des paquets d'onde le long des deux bras de l'interféromètre est compensé par le déphasage induit par le décalage en position en sortie de l'interféromètre [Bordé 2002] [Chiu 1980]. Ainsi, lorsque les lasers sont parfaitement à résonance pour les trois impulsions, le déphasage mesuré en sortie de l'interféromètre est complètement déterminé par les trajectoires classiques $\vec{r}(t)$ des centres des paquets d'onde, évaluées au moment des trois impulsions lasers.

Calcul des trajectoires classiques au moyen des matrices ABCD

Les trajectoires classiques peuvent être calculées avec les équations de Hamilton (2.67), dont les solutions sont données formellement sous une forme linéaire 2.68 faisant intervenir des matrices $\bar{\bar{A}}\bar{\bar{B}}\bar{\bar{C}}\bar{\bar{D}}$ et des vecteurs $\vec{\xi}$ et $\vec{\phi}$ (c.f.[Bordé 2001]) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \vec{r}(t) = \frac{\partial}{\partial \vec{p}} H(\vec{r}, \vec{p}) \\ \frac{d}{dt} \vec{p}(t) = -\frac{\partial}{\partial \vec{r}} H(\vec{r}, \vec{p}) \end{array} \right. \quad (2.67)$$

où $H(\vec{r}, \vec{p})$ est l'hamiltonien classique.

$$\begin{pmatrix} \vec{r}(t) \\ \vec{p}(t)/m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\bar{\mathcal{A}}} & \bar{\bar{\mathcal{B}}} \\ \bar{\bar{\mathcal{C}}} & \bar{\bar{\mathcal{D}}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \vec{r}(t_0) \\ \vec{p}(t_0)/m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \vec{\xi} \\ \vec{\phi}/m \end{pmatrix} \quad (2.68)$$

Les positions moyennes des centres des paquets d'onde de l'expression 2.66 à l'instant t_i s'exprime alors simplement en fonction des *matrices ABCD* :

$$\boxed{\frac{\vec{r}_{A,i} + \vec{r}_{B,i}}{2} = \vec{\xi}_{i,1} + \bar{\bar{\mathcal{A}}} \vec{r}_1 + \frac{\bar{\bar{\mathcal{B}}}}{m} (\vec{p}_1 + \frac{\hbar \vec{k}_{\text{eff}}}{2})} \quad (2.69)$$

Cette équation permet d'interpréter la trajectoire des points milieux comme la trajectoire classique de l'atome avec la position initiale \vec{r}_1 et une impulsion initiale $\vec{p}_1 + \hbar \vec{k}_{\text{eff}}/2$. Le déphasage mesuré en sortie de l'interféromètre est alors :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi &= \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \left(\bar{\bar{\mathcal{A}}}(0) - 2\bar{\bar{\mathcal{A}}}(T) + \bar{\bar{\mathcal{A}}}(2T) \right) \cdot \vec{r}_1 \\ &+ \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \left(\bar{\bar{\mathcal{B}}}(0) - 2\bar{\bar{\mathcal{B}}}(T) + \bar{\bar{\mathcal{B}}}(2T) \right) \cdot \left(\vec{p}_1 + \frac{\hbar \vec{k}_{\text{eff}}}{2} \right) \\ &+ \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \left(\vec{\xi}(0) - 2\vec{\xi}(T) + \vec{\xi}(2T) \right) \end{aligned} \quad (2.70)$$

Cas d'un interféromètre soumis à la rotation de la Terre et au champ de gravitation terrestre

Nous utilisons les résultats précédents pour évaluer le déphasage en sortie de nos deux interféromètres en présence de la rotation de la Terre et du champ de gravitation terrestre. On se place dans le référentiel terrestre dans lequel les lasers sont immobiles (figure 2.8), l'origine est située à la surface du globe de rayon R . Le vecteur \vec{g} désigne l'accélération de gravité locale, que l'on peut exprimer en fonction d'un terme purement gravitationnel g_T et d'un terme d'entraînement à la latitude λ :

$$\vec{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\Omega^2 R \sin \lambda \cos \lambda \\ -g_T + \Omega^2 R \cos^2 \lambda \end{pmatrix} \quad (2.71)$$

En développant, à l'ordre 1, ce champ de gravitation autour de cette position et en supposant la Terre parfaitement sphérique, nous ajoutons à l'accélération de pesanteur le gradient de gravité $\bar{\bar{\Gamma}}$, définis par :

$$\bar{\bar{\Gamma}} = \begin{pmatrix} \frac{g_T}{R} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{g_T}{R} & 0 \\ 0 & 0 & -2\frac{g_T}{R} \end{pmatrix} \quad (2.72)$$

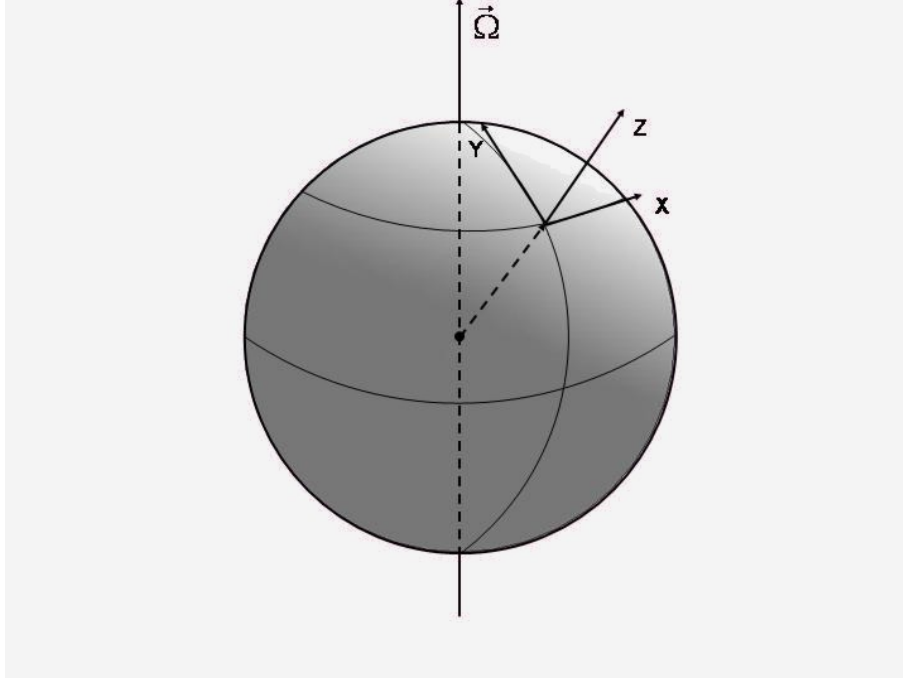


FIG. 2.8 : *Système de coordonnées dans le référentiel terrestre.*

Le terme dû à la rotation de la Terre dans l'hamiltonien externe $-\vec{\Omega} \cdot \vec{r} \wedge \vec{p}$ est remplacé par le produit matriciel plus facile à manipuler $\vec{r} \cdot \bar{\bar{\Omega}} \vec{p} = -\vec{r} \cdot \vec{\Omega} \wedge \vec{p}$, où la matrice $\bar{\bar{\Omega}}$ est définie par :

$$\bar{\bar{\Omega}} = \begin{pmatrix} 0 & \Omega_z & -\Omega_y \\ -\Omega_z & 0 & \Omega_x \\ \Omega_y & -\Omega_x & 0 \end{pmatrix} \quad (2.73)$$

A partir de l'hamiltonien classique décrivant l'évolution de l'atome de masse m dans le référentiel terrestre⁵ :

$$H_{Cl} = \frac{p^2}{2m} - m\vec{g}_T \cdot \vec{r} - \frac{m}{2} \vec{r} \cdot \bar{\bar{\Gamma}} \cdot \vec{r} - (\vec{r} + \vec{R}) \cdot \bar{\bar{\Omega}} \cdot \vec{p} \quad (2.74)$$

⁵c.f. [Landau mecanique] §§39

Les équations de Hamilton (2.67) se réécrivent alors en dérivant H_{Cl} :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \vec{r}(t) \\ \vec{p}(t)/m \end{pmatrix} = \bar{\mathcal{M}} \begin{pmatrix} \vec{r}(t) \\ \vec{p}(t)/m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{\Omega} \vec{R} \\ \vec{g}_T \end{pmatrix} \quad (2.75)$$

avec la matrice $\bar{\mathcal{M}}$ définie par :

$$\bar{\mathcal{M}} = \begin{pmatrix} \bar{\Omega} & 1 \\ \bar{\Gamma} & \bar{\Omega} \end{pmatrix} \quad (2.76)$$

Les solutions de ce système d'équation, données par l'expression 2.68, peuvent être obtenues en réalisant un développement en série de Taylor en t [Antoine 2003] :

$$\begin{pmatrix} \bar{\mathcal{A}}(t) & \bar{\mathcal{B}}(t) \\ \bar{\mathcal{C}}(t) & \bar{\mathcal{D}}(t) \end{pmatrix} = e^{\bar{\mathcal{M}}t} = 1 + \bar{\mathcal{M}}t + \frac{1}{2!}\bar{\mathcal{M}}^2t^2 + \dots \quad (2.77)$$

$$\begin{pmatrix} \vec{\xi} \\ \vec{\phi} \end{pmatrix} = \bar{\mathcal{M}}^{-1}(e^{\bar{\mathcal{M}}t} - 1) \begin{pmatrix} \bar{\Omega} \vec{R} \\ \vec{g}_T \end{pmatrix} = \left(t + \frac{1}{2!}\bar{\mathcal{M}}t^2 + \frac{1}{3!}\bar{\mathcal{M}}^2t^3 \dots\right) \begin{pmatrix} \bar{\Omega} \vec{R} \\ \vec{g}_T \end{pmatrix}$$

Le déphasage mesuré en sortie de l'interféromètre est déterminé en fonction de l'impulsion \vec{p}_1 et de la position au moment de la première impulsion laser. Les matrices $ABCD$ et le vecteur $\vec{\xi}$ sont calculés avec les expressions 2.77. On trouve alors une expression du déphasage mesuré en sortie de l'interféromètre :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi = & \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \left((\bar{\Omega}^2 + \bar{\Gamma}) T^2 + (\bar{\Omega}^3 + \bar{\Gamma} \cdot \bar{\Omega} + 2\bar{\Omega}\bar{\Gamma}) T^3 \right) \cdot \vec{r}_1 \\ & + \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \left(2\bar{\Omega} T^2 + (3\bar{\Omega} + \bar{\Gamma}) T^3 \right) \cdot \left(\vec{p}_1 + \frac{\hbar \vec{k}_{\text{eff}}}{2} \right) \\ & + \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \left(\vec{g} T^2 + 2\bar{\Omega} \vec{g} T^3 \right) \end{aligned} \quad (2.78)$$

Outre les termes de rotation et d'accélération pures, le déphasage en sortie de l'interféromètre fait apparaître des termes croisés entre rotation et gravité. Par ailleurs, nous avons utilisé un développement limité qui permet de retrouver les expressions habituellement obtenues pour le déphasage Sagnac et l'accélération ; on pourra trouver dans [Bordé 2002] une expression exacte des déphasages Sagnac et d'accélération.

Nous nous intéressons au cas particulier où les faisceaux Raman sont dirigés suivant la verticale locale à la latitude λ :

$$\vec{k}_{\text{eff}} = \begin{pmatrix} 0 \\ k_{\text{eff}} \sin \alpha \\ k_{\text{eff}} \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (2.79)$$

où α est l'angle entre la verticale locale et la direction z :

$$\sin \alpha = \frac{\Omega^2 R}{2g} \sin 2\lambda \quad (2.80)$$

Par ailleurs, les atomes sont lancés dans la direction Est - Ouest (axe \vec{x}), tel que $\Omega_x = 0$. L'origine du repère $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est prise au niveau du piège magnéto-optique de la source atomique A, la vitesse de lancement \vec{v}_{0A} de cette source dans le référentiel terrestre est définie par un décalage en fréquence des lasers de refroidissement, cette vitesse est choisie pour que l'impulsion π ait lieu au moment de l'apogée, c'est-à-dire après un temps $T + t_0$, où t_0 est le temps qui sépare le lancement et la première impulsion laser. Ces grandeurs vectorielles sont notées :

$$\vec{v}_{0A} = \begin{pmatrix} v \\ v_v \sin \alpha \\ v_v \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (2.81)$$

où la vitesse v_v s'exprime :

$$v_v = \frac{\Omega^2 R \cos^2 \lambda (t_0 + T)}{\sin \alpha} \quad (2.82)$$

Les conditions initiales de la seconde source atomique, notée B, sont choisies pour que les deux sources atomiques soient superposées au niveau de l'impulsion π . Pour cela, un soin particulier a été réalisé lors du montage des pièges magnéto-optiques, pour que les deux sources soit lancées dans des directions opposées. La position initiale de la source B, \vec{r}_{0B} , s'exprime alors en fonction de la position initiale de la source A, \vec{r}_{0A} , et des deux vitesses de lancement :

$$\vec{v}_{0B} = \begin{pmatrix} -v \\ v_v \sin \alpha \\ v_v \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (2.83)$$

$$\vec{r}_{0B} = \vec{r}_{0A} + \bar{\bar{\mathcal{A}}}^{-1}(T + t_0) \cdot \bar{\bar{\mathcal{B}}}(T + t_0) (\vec{v}_{0A} - \vec{v}_{0B}) \quad (2.84)$$

La position et la vitesse au moment de la première impulsion Raman, sont déterminées avec les *matrices ABCD*. La formule 2.78 permet alors de calculer le déphasage inertiel pour les deux interféromètres.

Le signal de rotation, correspond à la différence des déphasages mesurés par chacun des deux interféromètres. Le déphasage exact obtenu avec l'expression 2.78 est présenté sous la

Termes	$\Delta\Phi$ rotation (rad)	valeur relative
$-2k_{\text{eff}}v \cos(\lambda)\Omega T^2$	0,802	1
$-2k_{\text{eff}}v \sin \alpha \sin(\lambda)\Omega T^2$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$
$-k_{\text{eff}}v \cos(\lambda)t_0^2\Omega^3 T^2$	$-9 \cdot 10^{-11}$	10^{-10}
$-2k_{\text{eff}}v \cos(\lambda)t_0\Omega^3 T^3$	$-3 \cdot 10^{-11}$	$3 \cdot 10^{-11}$

TAB. 2.3 : Termes du développement de Taylor apparaissant sur les signaux de rotation

forme d'un développement de Taylor en Ω et en T , dont les premiers termes sont rassemblés dans le tableau 2.3.

Les deux premiers termes du développement correspondent à l'expression du déphasage Sagnac utilisé habituellement : $(\vec{k} \wedge \vec{v}) \cdot \vec{\Omega} T^2$. Dans notre situation expérimentale la verticale locale ne passe pas par le centre de la Terre, à cause de l'accélération d'entraînement, ce qui induit une correction, correspondant au deuxième terme du développement, de $2 \cdot 10^{-3}$.

Les termes d'ordre supérieurs à 1 du développement sont très faibles dans cette configuration et ne sont donc pas une limite à la connaissance du facteur d'échelle. Par conséquent, dans la suite de ce mémoire nous considérerons uniquement les termes d'ordre 1.

En conclusion, le formalisme des matrices $ABCD$ permet de calculer la propagation d'un paquet d'onde atomique évoluant avec un hamiltonien au plus quadratique en position et impulsion. En utilisant ce formalisme nous avons calculé les déphasages exacts en sortie de notre interféromètre, dus aux termes croisés de rotation et d'accélération, les termes correctifs sont faibles par rapport à l'expression 2.44 usuellement utilisée pour analyser nos données expérimentales. Néanmoins, la connaissance de ces termes croisés entre les différents effets inertiels, ou autre forces (par exemple magnétiques), devient essentielle dans les expériences d'interférométrie atomique envisagées pour réaliser des mesures de physique fondamentale. Notons que d'autres formalismes sont utilisés pour calculer ces effets [Dubetsky 2006].

Un calcul tenant compte de la dynamique des paquets d'onde gaussiens pendant les séparatrices lasers est étudié dans [Antoine 2006]. Cependant, ce formalisme est plus compliqué à mettre en oeuvre, c'est pourquoi, dans le cadre de ce mémoire, pour évaluer les effets systématiques liés aux fluctuations de phase interférométrique pendant les impulsions Raman, nous utiliserons le formalisme en onde plane décrit précédemment.

2.3 Fonction de sensibilité de l'interféromètre

2.3.1 Calcul de la fonction de sensibilité

Jusqu'à présent nous avons négligé les fluctuations de phase Φ pendant la durée τ des impulsions lasers. Pour étudier précisément l'impact des fluctuations de phase aux fréquences supérieures à la fréquence de Rabi $\frac{\Omega_{\text{eff}}}{2\pi}$ nous utilisons un formalisme proche de celui développé pour l'étude du bruit de phase dans les horloges atomiques [Dick 1987]. Nous l'utiliserons au chapitre 3 pour évaluer le bruit induit par les fluctuations de phase des lasers Raman. De plus ce formalisme sera utilisé pour évaluer les déphasages mesurés en sortie de notre interféromètre, en particulier ceux liés aux déplacements de fréquence de la transition Raman pendant les impulsions lasers. Nous rappelons les principaux résultats dérivés dans [Canuel 2007] et [Cheinet 2006].

Pour cela, nous calculons la variation de probabilité de transition, δP , de l'interféromètre pour une variation infinitésimale de phase laser $\delta\phi$ imprimée à l'instant t sur la phase atomique. La fonction de sensibilité de l'interféromètre $g_\phi(t)$ est définie par :

$$g_\phi(t) = 2 \lim_{\delta\phi \rightarrow 0} \frac{\delta P(\delta\phi, t)}{\delta\phi} \quad (2.85)$$

Expérimentalement, les mesures sont réalisées à flanc de frange pour maximiser la sensibilité. Pour cela, un déphasage de $\frac{\pi}{2}$ est introduit entre deux impulsions Raman tel que $(\phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3 = \frac{\pi}{2})$. Dans ce cas la sensibilité à la phase peut être linéarisée :

$$g_\phi(t) = \lim_{\delta\phi \rightarrow 0} \frac{\delta\Phi(\delta\phi, t)}{\delta\phi} \quad (2.86)$$

Dès lors, le déphasage en sortie de l'interféromètre pour une évolution quelconque de la phase des lasers est donné par :

$$\Delta\Phi = \int_{-\infty}^{+\infty} g_\phi(t) d\phi(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_\phi(t) \frac{d\phi(t)}{dt} dt \quad (2.87)$$

Pour calculer l'impact d'un saut de phase $\delta\phi$ à l'instant t pendant une impulsion, il suffit de remplacer la matrice d'évolution de cette impulsion par un produit de deux matrices, l'une faisant évoluer l'état atomique entre le début de l'impulsion et l'instant t avec la phase ϕ_i et l'autre entre l'instant t jusqu'à la fin de l'impulsion avec la phase $\phi_i + \delta\phi$. Pour connaître l'effet de ce saut de phase à l'instant t sur l'interféromètre, il suffit de réutiliser la matrice de transfert de l'interféromètre $M_{\text{interf}}(t)$ avec ce changement.

Dans notre dispositif expérimental, le temps d'interrogation maximal est de $2T = 80$ ms. Les atomes explorent des zones d'intensité différentes dans le faisceau Raman au moment

des trois impulsions lasers. Le waist du faisceau est choisi pour que la valeur de l'intensité au niveau de l'impulsion π soit deux fois plus importante qu'au niveau des impulsions $\frac{\pi}{2}$. Les durées τ des trois impulsions Raman $\frac{\pi}{2} - \pi - \frac{\pi}{2}$ sont donc égales. Ainsi, en prenant l'origine des temps au milieu de l'impulsion π nous obtenons pour $g_\phi(t)$ une fonction impaire [Canuel 2007] :

$$g_\phi(t) = \begin{cases} \sin(2\Omega_R t) & 0 < t < \tau \\ 1 & \tau < t < T + \tau \\ \sin(\Omega_R(t - T - \frac{\tau}{2}) + \frac{\pi}{2}) & T + \tau < t < T + \frac{3\tau}{2} \end{cases} \quad (2.88)$$

où Ω_R est la pulsation de Rabi au moment des impulsions $\pi/2$ tels que $\Omega_R \tau = \frac{\pi}{2}$. La validation expérimentale de ce formalisme est décrit dans [Canuel 2007].

2.3.2 Calcul du facteur d'échelle

Nous nous intéressons maintenant à la modification du facteur d'échelle à la rotation et à l'accélération liée à la durée finie des impulsions lasers.

Nous avons établi (page 41) que l'effet d'une accélération pouvait être traité avec ce formalisme en onde plane. Les atomes dans le référentiel en chute libre, *voient* une phase Raman instantanée imprimée sur la phase atomique $\phi_{\text{eff}}(t)$:

$$\phi_{\text{eff}}(t) = \frac{k_{\text{eff}} g t^2}{2} + k_{\text{eff}} v_0 t + \phi^0(t) \quad (2.89)$$

Le déphasage interférométrique est calculé avec l'équation 2.87 :

$$\Delta\Phi_{\text{acc}} = \int_{-\infty}^{+\infty} g_\phi(t) k_{\text{eff}}(gt + v_0) dt \quad (2.90)$$

La symétrie impaire de la fonction de sensibilité $g_\phi(t)$ implique que le déphasage ne dépend pas de la vitesse initiale v_0 des atomes. La sensibilité de l'interféromètre est alors donnée en intégrant l'équation 2.90. La durée finie des impulsions lasers modifie légèrement le facteur d'échelle⁶ :

$$\Delta\Phi_{\text{acc}} = k_{\text{eff}} g T^2 \left(1 + \frac{\tau}{T} \left(\frac{4}{\pi} - 1 \right) + \frac{\tau^2}{T^2} \left(\frac{2}{\pi} - \frac{6}{\pi^2} \right) \right) \quad (2.91)$$

⁶La différence entre cette expression et celle donnée dans [Canuel 2007], provient de la définition de T. Dans ce calcul, T correspond au temps entre les centres des deux impulsions alors que dans la référence précédemment citée T correspond au temps entre la fin de la première impulsion et le début de la suivante.

Avec les paramètres de l'expérience $\tau = 15 \mu\text{s}$ et $T = 40 \text{ ms}$ la correction apportée par la durée finie des impulsions est de 0.1 %.

Nous reprenons le même calcul pour obtenir la modification du facteur d'échelle lié à la rotation. La phase instantanée des lasers s'écrit :

$$\phi_{\text{eff}}(t) = \frac{2k_{\text{eff}}v\Omega t^2}{2} + k_{\text{eff}}v_0 t + \phi^0(t) \quad (2.92)$$

En tenant compte de la modification de la sensibilité de l'interféromètre induit par la durée finie des impulsions Raman (équation 2.87), le déphasage atomique mesuré en présence d'une rotation uniforme et constante Ω est donnée par :

$$\Delta\Phi_{\text{rot}} = 2k_{\text{eff}}v\Omega T^2 \left(1 + \frac{\tau}{T} \left(\frac{4}{\pi} - 1 \right) + \frac{\tau^2}{T^2} \left(\frac{2}{\pi} - \frac{6}{\pi^2} \right) \right) \quad (2.93)$$

Cette modification du facteur d'échelle liée à la durée finie des impulsions lasers peut aussi être interprétée comme une modification de l'aire interférométrique lors de l'interaction avec les paquets d'onde [Antoine 2006].

2.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons vu que l'utilisation de transitions Raman permet la réalisation de séparatrices et de miroirs pour les ondes atomiques. La réalisation d'un interféromètre de *Ramsey-Bordé symétrique* est effectuée avec trois impulsions Raman $\pi/2 - \pi - \pi/2$. Dans le cas de transitions Raman contre-propageantes, l'interféromètre est sensible aux forces d'inertie. La sensibilité à ces forces est dans le cas général non trivial à calculer et nécessite de propager le paquet d'onde à travers l'interféromètre sur chacun des bras. Néanmoins, dans le cas d'une accélération ou d'une rotation uniforme nous pouvons calculer les déphasages simplement avec le formalisme de la fonction de sensibilité, où l'on suppose que les états atomiques évoluent entre deux états d'impulsions donnés. L'expression obtenue pour le déphasage induit par une rotation permet de retrouver le déphasage Sagnac bien connu en optique. Dans la suite de ce manuscrit nous décrivons la réalisation expérimentale d'un gyromètre basé sur la mesure du déphasage Sagnac créé par les ondes de matière.

Chapitre 3

Dispositif expérimental

L'EXPÉRIENCE d'interférométrie atomique comporte trois phases : la préparation des atomes, l'interrogation avec les lasers Raman et la détection des atomes. Nous verrons par la suite que la manipulation des atomes de **césium** lors de ces trois phases utilise les transitions optiques de la raie D_2 (852 nm) du césium (c.f. annexe B). Ces différentes étapes constituent un cycle de mesure (figure 3.1), dont la durée typique est de 580 ms. L'expérience est réalisée dans une enceinte à vide représentée sur la figure 3.2. Dans un premier temps, les atomes sont préparés dans un piège magnéto-optique, puis lancés à une vitesse $2,4 \text{ m.s}^{-1}$. Le long de leur trajectoire les atomes sont sélectionnés dans le sous niveau magnétique $m_F = 0$ grâce à une cavité micro-onde et à un faisceau pousseur. Lorsque les atomes sont proches de l'apogée de la trajectoire, qui correspond à un temps de vol de 244 ms avec les paramètres habituels de l'expérience, le faisceau Raman est allumé et éteint pour réaliser la séquence de trois impulsions $\pi/2 - \pi - \pi/2$. La détection de l'état de sortie est obtenue en mesurant le nombre d'atomes dans chacun des états internes, dont nous déduisons le déphasage accumulé entre les deux bras de l'interféromètre.

Dans un premier temps, nous rappelons brièvement les caractéristiques des sources atomiques puis nous décrivons la réalisation des lasers utilisés pour les transitions Raman et la caractérisation du bruit de phase de ces lasers. Enfin, les performances du système de détection sont évaluées.

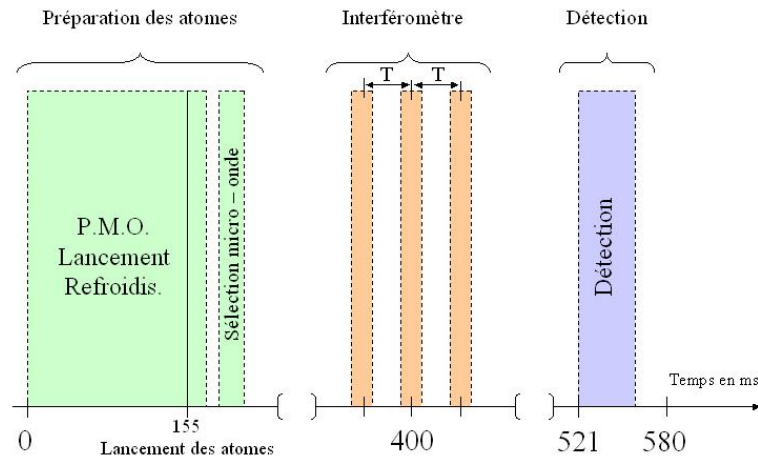


FIG. 3.1 : *L'utilisation de Pièges Magnéto-Optiques entraîne un fonctionnement "pulsé" de l'instrument. La séquence temporelle d'un cycle de mesure dure 580 ms. Elle comporte trois phases : la préparation des atomes froids, la réalisation de l'interféromètre et la phase de détection.*

3.1 Préparation atomique

3.1.1 Piègeage et refroidissement atomique

Le déphasage dû à la rotation dépend linéairement de la vitesse longitudinale des atomes (chapitre 2.2.2). L'utilisation d'atomes refroidis par laser présente l'intérêt de fournir des atomes avec une dispersion de vitesse longitudinale très étroite. Par conséquent, l'aire de l'interféromètre est bien définie, et le nombre de franges visibles d'autant plus important que la température est faible. Par ailleurs, il est possible de lancer les atomes avec des vitesses faibles, ce qui permet d'augmenter l'aire pour une longueur d'appareil fixée. De plus, la faible dispersion en vitesse transverse (dans la direction des faisceaux Raman) réduit la perte d'atomes liée à la sélection en vitesse induite par les transitions Raman. Les sources d'atomes froids utilisées dans l'expérience sont obtenues à l'aide de deux pièges magnéto-optiques. Peu de modifications ont été apportées aux pièges magnéto-optiques (PMO) depuis la thèse de Benjamin Canuel [Canuel 2007], nous en rappelons uniquement les principales caractéristiques.

Le système laser utilisé pour le refroidissement et le piègeage est basé sur l'utilisation de diodes lasers à cavité étendue injectant des diodes lasers esclaves. Ces faisceaux sont acheminés jusqu'aux atomes via des fibres optiques à maintien de polarisation. La particularité de

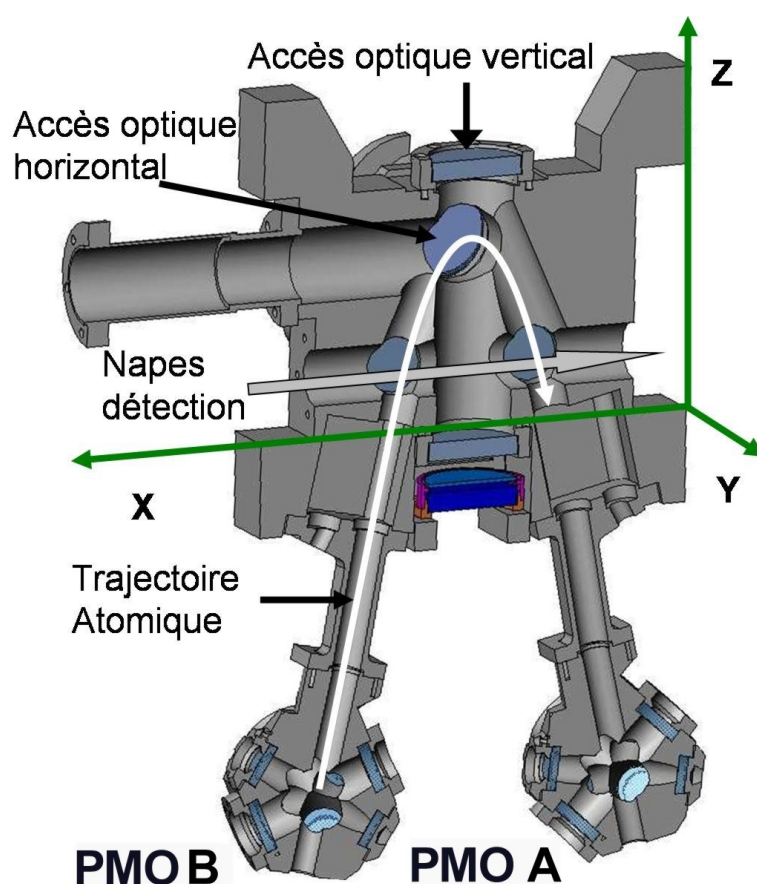


FIG. 3.2 : *Vue en coupe de l'enceinte à vide de l'interféromètre atomique. A l'issue de la phase de préparation dans les PMO les deux nuages d'atomes froids sont lancés sur une trajectoire parabolique. Le long de cette trajectoire les atomes traversent une cavité micro-onde pour sélectionner un état Zeeman pur. Au sommet de la trajectoire ils subissent les trois impulsions lasers. On détecte les atomes qui se trouvent dans les états $|4\rangle$ et $|3\rangle$ par fluorescence.*

notre montage est de pouvoir ajuster indépendamment les fréquences et l'intensité des faisceaux refroidisseurs pour chacun des PMO avec des modulateurs acousto-optiques. Ainsi, il est possible d'optimiser le lancement et le refroidissement indépendamment pour chacun des pièges.

La figure 3.3 représente les différentes étapes de la préparation des sources atomiques :

- **Piège magnéto-optique** - Les atomes sont d'abord piégés et refroidis dans un PMO. Cette phase dure **140 ms**, et permet de capturer environ **10^8 atomes**.
- **Lancement des atomes** - Les atomes sont ensuite lancés par une technique de mélasse mouvante [Clairon 1991]. Cette technique consiste à décaler la fréquence des trois fais-

ceaux montants par rapport aux trois faisceaux descendants du PMO d'une quantité $\delta\nu$. Les atomes sont alors refroidis dans le référentiel dans lequel ils voient les lasers montant et descendant à la même fréquence, ce qui correspond à une vitesse de lancement $v_0 = \sqrt{3}\lambda\delta\nu$. Cette technique permet de contrôler très précisément la vitesse de lancement du nuage atomique tout en optimisant la température limite. Pour $\delta\nu = 3,75$ MHz, la vitesse de lancement est de $2,4 \text{ m.s}^{-1}$. La direction de lancement est réglée à 8° par rapport à la verticale.

- **Refroidissement sub-Doppler** -. Dans le référentiel en mouvement les atomes subissent une phase de refroidissement destinée à atteindre les températures limites de ce type de refroidissement sub-Doppler [Dalibard 1989]. Pour cela, les lasers refroidisseurs sont désaccordés de -15Γ et l'intensité laser est coupée adiabaticquement. La température des atomes mesurée à l'issue de cette phase, est de $1,2 \mu\text{K}$.

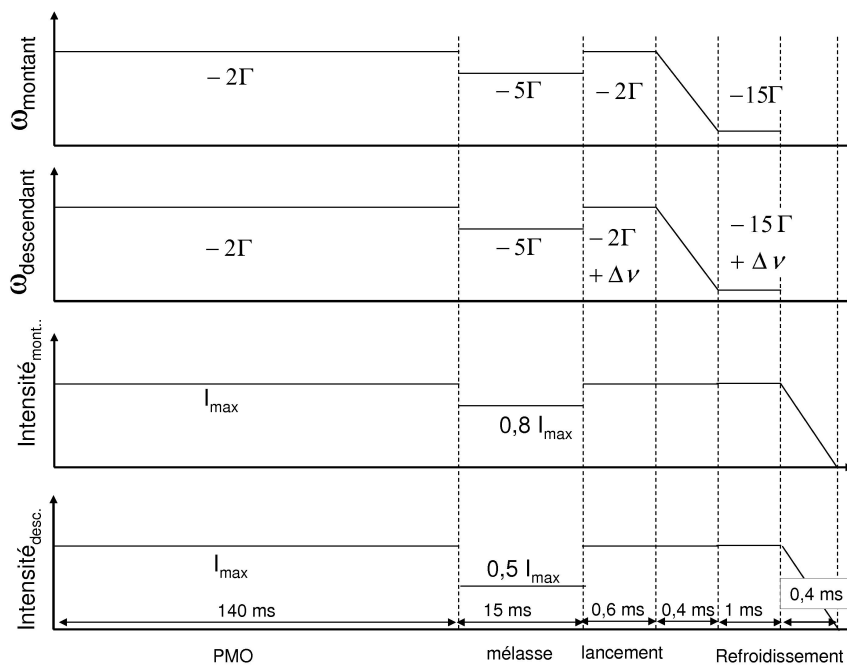


FIG. 3.3 : La séquence temporelle des faisceaux lasers permettant le piégeage et le refroidissement des atomes.

3.1.2 Sélection micro-onde

A la sortie du PMO, les atomes sont répartis sur l'ensemble des sous-niveaux Zeeman $|F = 4, m_F\rangle$ dont la dégénérescence est levée par un champ magnétique de biais de quelques mG (figure 3.4 (a)). Pour limiter la sensibilité de l'interféromètre au champ magnétique, les atomes sont sélectionnés dans le sous-niveau $m_F = 0$.

Pour cela, les atomes traversent une cavité micro-onde permettant d'adresser uniquement la transition $|F = 4; m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 3; m_F = 0\rangle$. Une impulsion π réalisée avec cette cavité permet de transférer uniquement les atomes dans le sous-niveau $m_F = 0$ vers le niveau $F = 3$ (figure 3.4 (b)). Un faisceau laser accordé sur la transition cyclante ($F = 4 \rightarrow F' = 5$) est utilisé pour pousser les atomes restés dans $F = 4$ par pression de radiation.

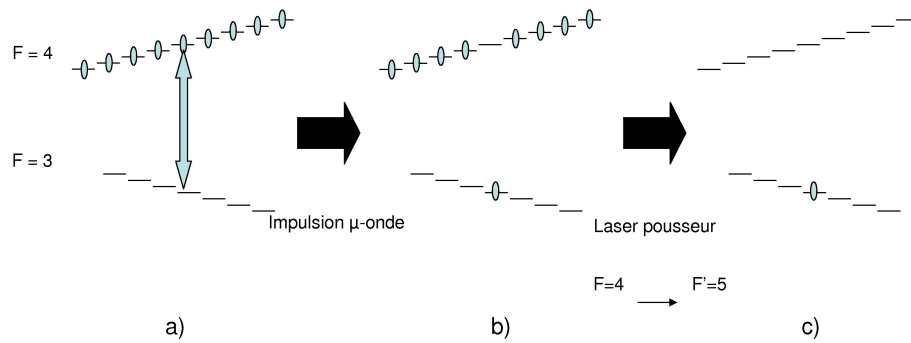


FIG. 3.4 : (a) distribution des atomes à la sortie du PMO (b) distribution des atomes après l'impulsion micro-onde (c) distribution des atomes après le faisceau pousseur

3.1.3 Rappel des caractéristiques des sources

Le nombre d'atomes piégés dans le PMO en 140 ms est environ 10^8 . Après l'étape de sélection, il reste environ 10^7 atomes lancés dans le sous-niveau magnétique $m_F = 0$. Après

un temps de vol de 366 ms, le nombre d'atomes détectés n'est plus que de $5 \cdot 10^5$. La diminution d'un facteur 20 du nombre d'atomes, est due d'une part aux collisions avec le gaz résiduel induit par un vide imparfait ; cet effet est responsable d'une perte d'environ un facteur 10 du nombre d'atomes. D'autre part, l'expansion balistique du nuage d'atomes implique une dispersion en position, plus large que la taille des faisceaux lasers de détection : cet effet est responsable d'une diminution d'un facteur 2 du nombre d'atomes détectés. La température des atomes est évaluée à partir de la largeur des temps de vol ou en faisant des mesures de spectroscopie Raman sélectives en vitesse. La température atomique déduite de ces deux mesures est de l'ordre de $1,2 \mu\text{K}$.

Nombre atomes tous m_F début	10^8
Nombre atomes $m_F = 0$ début	10^7
Nombre atomes $m_F = 0$ fin	$5 \cdot 10^5$
Nombre atomes $m_F \neq 0$	$< 1\%$
Température	$\sim 1,2 \mu\text{K}$

Le contrôle des trajectoires des deux nuages atomiques est un paramètre clef de l'expérience. En effet, de nombreux effets perturbateurs sont rejetés lorsque les trajectoires sont parfaitement superposées. Une cartographie des trajectoires atomiques a été réalisée avec un faisceau Raman co-propageant dont le diamètre est réduit avec un diaphragme de 5 mm . La position d'un nuage d'atomes, à un instant t , est mesurée en déplaçant le faisceau Raman pour optimiser le taux de transition d'une impulsion π . Pour cartographier les trajectoires, cette mesure est répétée à différents instants. Nous avons ainsi vérifié que les trajectoires sont superposées à mieux que 0,5 mm.

3.2 Sensibilité à plusieurs axes

L'orientation des lasers Raman par rapport à la trajectoire atomique conditionne l'axe de sensibilité du capteur. En effet, comme l'indique les expressions des déphasages inertiels, calculé au chapitre 2.2.2, l'interféromètre est sensible aux accélérations le long des faisceaux Raman et aux rotations autour de l'axe perpendiculaire à l'aire orientée de l'interféromètre.

$$\Delta\Phi_{acc} = \vec{k}_{eff} \cdot \vec{a}T^2 \quad (3.1)$$

$$\Delta\Phi_{rot} = 2(\vec{V} \wedge \vec{k}_{eff}) \cdot \vec{\Omega}T^2 \quad (3.2)$$

Notre expérience est particulièrement adaptée à la mesure de l'ensemble des axes d'accélération et de rotation. En effet, comme le montre la figure 3.5 en orientant le faisceau Raman

dans deux directions de l'espace, l'utilisation d'une séquence d'impulsion $\pi/2 - \pi - \pi/2$, permet de mesurer les composantes inertielles $a_y, a_z, \Omega_z, \Omega_y$.

De plus, grâce à l'utilisation d'atomes froids il est possible de réaliser une trajectoire atomique fortement "incurvée", ce qui permet de mesurer la composante Ω_x de rotation à l'aide d'une configuration utilisant une séquence de quatre impulsions Raman $\pi/2 - \pi - \pi - \pi/2$ dirigée dans la direction y [Canuel 2006]. Cette dernière configuration est parfois appelée *configuration papillon* ou *configuration en 8*, elle est représentée sur la figure 3.5 (d). Par ailleurs, la faible vitesse longitudinale (vitesse horizontale suivant x) rend la mesure de l'accélération a_x possible avec une séquence d'impulsions Raman $\pi/2 - \pi - \pi/2$ dirigée dans la direction x (figure 3.5 (c)).

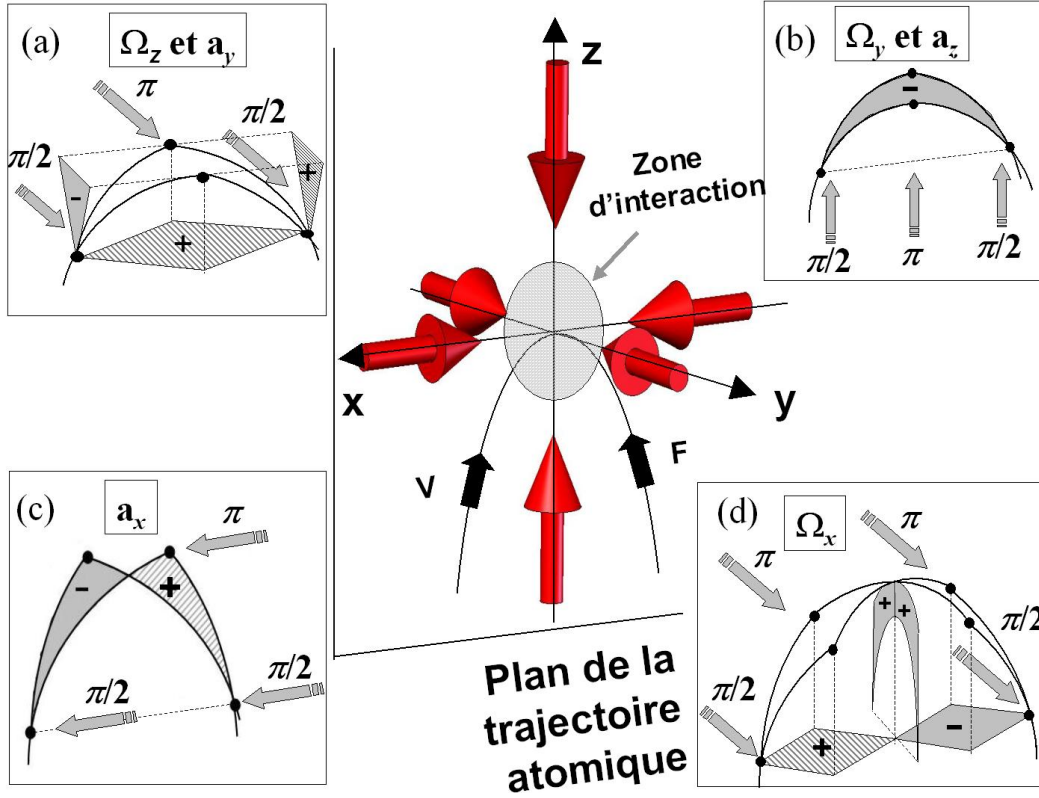


FIG. 3.5 : Les quatre configurations représentées (a)-(d) permettent de mesurer l'ensemble des composantes des vecteurs rotation et accélération.

Enfin notons que l'utilisation d'un unique faisceau Raman pour réaliser une séquence temporelle d'impulsions facilite le passage entre les différentes configurations. Pour cela, il suffit de modifier la séquence temporelle des impulsions Raman en changeant la séquence de pilotage de l'expérience et la direction du faisceaux Raman.

3.2.1 Faisceaux Raman verticaux

Dans le cadre de ce manuscrit, nous développerons uniquement la configuration pour laquelle les faisceaux Raman sont dirigés suivant la verticale (axe Oz). Dans ce cas, l'aire créée par la séquence de trois impulsions $\pi/2 - \pi - \pi/2$ est dans le plan de la trajectoire atomique figure 3.5 (b). Il apparaît donc une sensibilité à la rotation d'axe horizontal Ω_y et à l'accélération verticale, la gravité g sur Terre.

$$\Delta\Phi_{acc} = k_{\text{eff}}gT^2 \quad (3.3)$$

$$\Delta\Phi_{rot} = -2k_{\text{eff}}\Omega_y V_x T^2 \quad (3.4)$$

Dans cette configuration, contrairement aux autres, le centrage des impulsions Raman n'intervient pas dans la sensibilité de l'interféromètre. En effet, comme le montre la figure 3.5 (b) l'aire interférométrique reste dans le plan de la trajectoire atomique. Dans les autres configurations, on profite de la symétrie de l'interféromètre par rapport à l'apogée de la trajectoire atomique, pour que les aires interférométriques non voulues se compensent (figures 3.5 (a,c,d)).

3.3 Les séparatrices Raman

3.3.1 Configuration Raman rétro-réfléchie

Description de la configuration Raman rétro-réfléchie

Nous utilisons une configuration Raman rétro-réfléchie, représentée sur la figure 3.6, pour réduire l'impact de déphasages parasites liés aux déformations des fronts d'ondes lasers Raman et aux déplacements lumineux (c.f. chapitre 4). Dans cette configuration, les deux faisceaux lasers Raman sont injectés suivant la même polarisation linéaire dans une fibre optique à maintien de polarisation. Les deux faisceaux incidents traversent ensuite la zone d'interaction puis sont réfléchis en passant deux fois à travers une lame $\lambda/4$ réglée pour que les faisceaux réfléchis aient une polarisation orthogonale aux faisceaux incidents.

Dans notre configuration expérimentale, deux types de transitions doivent être envisagés :

- Les transitions Raman induites par deux faisceaux *co-propageants*, correspondant à la paire de faisceaux incidente ou à la paire de faisceaux réfléchie.
- Les transitions Raman *contre propageantes* pour lesquelles les transitions Raman sont induites soit par l'onde laser incidente accordée sur la fréquence ω_3 et l'onde laser

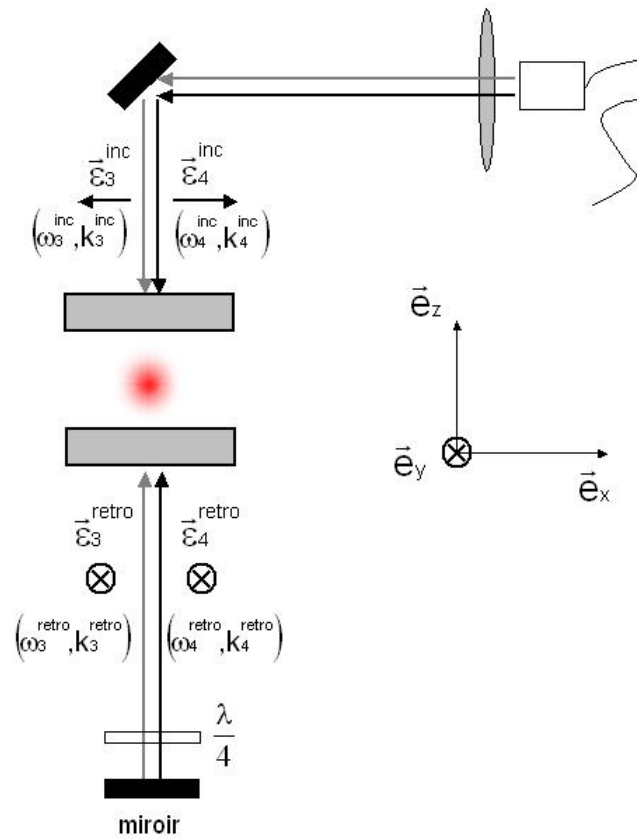


FIG. 3.6 : Les deux faisceaux lasers Raman sont injectés suivant la même polarisation linéaire dans une fibre optique. Les deux faisceaux traversent la zone d'interaction et sont réfléchis à travers une lame $\lambda/4$, réglée pour que les faisceaux réfléchis aient une polarisation orthogonale aux faisceaux incidents.

réfléchi accordée sur la fréquence ω_4 ; soit par l'onde laser incidente accordée sur la fréquence ω_4 et l'onde laser réfléchi accordée sur la fréquence ω_3 .

Règles de sélection Raman :

Afin de déterminer les transitions Raman permises avec ce dispositif, il est plus adapté de décrire la polarisation des lasers sur la base des états de polarisation circulaire (σ^+ , σ^-),

définie par rapport à l'axe de quantification (défini par un champ magnétique constant). Dans cette base, les deux états de polarisation orthogonale, incidente (\vec{e}_x) et réfléchi (\vec{e}_y), s'écrivent :

$$\begin{cases} \vec{e}_x &= \frac{-1}{\sqrt{2}}(\sigma^+ - \sigma^-) \\ \vec{e}_y &= \frac{-i}{\sqrt{2}}(\sigma^+ + \sigma^-) \end{cases} \quad (3.5)$$

Par ailleurs, les règles de sélection des transitions dipolaires électriques à un photon imposent :

$$\begin{aligned} F' - F &= \Delta F = \pm 1, 0 \\ \Delta m_F &= \pm 1, 0 \\ \text{sauf : } \Delta F &= 0 \text{ et } \Delta m_F = 0 \end{aligned} \quad (3.6)$$

Par conséquent, pour un état de départ polarisé dans un sous-niveau magnétique $m_F = 0$, les faisceaux Raman doivent être polarisés $\sigma_{(3)}^+/\sigma_{(4)}^+$ ou $\sigma_{(3)}^-/\sigma_{(4)}^-$, pour induire des transitions Raman entre les deux niveaux utilisés dans l'interféromètre $|F = 3, m_F = 0\rangle$ et $|F = 4, m_F = 0\rangle$ (figure 3.7 (a)). En outre, des faisceaux Raman polarisés $\sigma_{(3)}^+/\sigma_{(4)}^-$ ou $\sigma_{(3)}^-/\sigma_{(4)}^+$ conduisent à des transitions Raman entre les états $|F = 3, m_F = 0\rangle$ et $|F = 4, m_F \pm 2\rangle$ (figure 3.7 (b)).

Nous étudions séparément les transitions Raman permises dans le cas de couplages co-propageants et contre propageants.

Cas des transitions Raman co-propageantes :

Les transitions co-propageantes sont induites par les paires de faisceaux incidentes ou réfléchies. Les deux lasers, d'une paires de faisceaux co-propageants, ont une polarisation linéaire parallèle $\vec{e}_3 \parallel \vec{e}_4$. On note la force de couplage effective Ω_{\parallel} correspondant aux transitions Raman co-propageantes entre les deux niveaux hyperfins $F = 4$ et $F = 3$:

$$\Omega_{\parallel} \propto \sum_{e=3}^4 \frac{1}{(\Delta - \delta_e)} \langle F = 3 | \vec{d}_{3e} \cdot \vec{e}_3 | F_e \rangle \langle F_e | \vec{d}_{e4} \cdot \vec{e}_4 | F = 4 \rangle \quad (3.7)$$

La pulsation $\Delta - \delta_e$ est le désaccord des lasers par rapport à chacun des états intermédiaires $|F_e\rangle$ utilisés pour réaliser la transition Raman à deux photons (figure 3.7).

L'équation 3.7 peut être décomposée sur la base des états de polarisation circulaire σ^{\pm} . On distingue alors, les transitions Raman entre sous-niveaux Zeeman $m_F = 0$ (figure 3.7 (a)) et les transitions Raman entre sous-niveaux Zeeman tel que $\Delta m_F = \pm 2$ (figure 3.7 (b)).

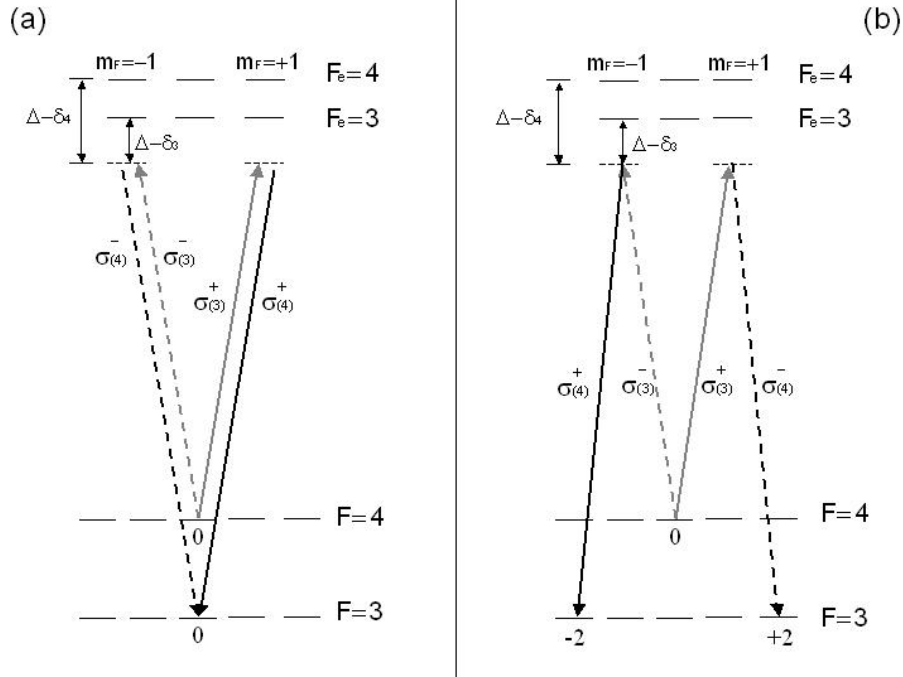


FIG. 3.7 : Les faisceaux Raman sont polarisés linéairement. Ces polarisations linéaires peuvent être décomposées sur des polarisations circulaires. (a) Les composantes $\sigma_{(3)}^+ / \sigma_{(4)}^+$ ou $\sigma_{(3)}^- / \sigma_{(4)}^-$ des champs lasers, couplent les niveaux hyperfins $|F = 3, m_F = 0\rangle$ et $|F = 4, m_F = 0\rangle$. Les composantes des champs lasers polarisés $\sigma_{(3)}^+ / \sigma_{(4)}^-$ et $\sigma_{(3)}^- / \sigma_{(4)}^+$ couplent l'état de départ $|F = 3, m_F = 0\rangle$, respectivement aux états $|F = 4, m_F = +2\rangle$ et $|F = 4, m_F = -2\rangle$

Dans un premier temps, on étudie les couplages Raman, entre deux sous-niveaux Zeeman $m_F = 0$, c'est-à-dire ceux correspondant aux paires de polarisation circulaire σ_3^+ / σ_4^+ ou σ_3^- / σ_4^- . Les amplitudes de transition correspondantes sont proportionnelles à :

$$\sum_{e=3}^4 \frac{\langle m_F = 0, F = 3 | \vec{d} \cdot \vec{\sigma}_3 | F_e, m_F = +1 \rangle \langle m_F = +1, F_e | \vec{d} \cdot \vec{\sigma}_4 | F = 4, m_F = 0 \rangle}{(\Delta - \delta_e)} + \frac{\langle m_F = 0, F = 3 | \vec{d} \cdot \vec{\sigma}_3 | F_e, m_F = -1 \rangle \langle m_F = -1, F_e | \vec{d} \cdot \vec{\sigma}_4 | F = 4, m_F = 0 \rangle}{(\Delta - \delta_e)} \quad (3.8)$$

Par ailleurs, les coefficients de Clebsch-Gordan associés à ces amplitudes de transition sont tels que :

$$\begin{cases} \langle m_F = +1, F_e | \vec{d} \cdot \vec{\sigma}_l^+ | F_e, m_F = 0 \rangle = \langle m_F = -1, F_e | \vec{d} \cdot \vec{\sigma}_l^- | F_e, m_F = 0 \rangle & \text{pour } \Delta F = \pm 1 \\ \langle m_F = +1, F_e | \vec{d} \cdot \vec{\sigma}_l^+ | F_e, m_F = 0 \rangle = -\langle m_F = -1, F_e | \vec{d} \cdot \vec{\sigma}_l^- | F_e, m_F = 0 \rangle & \text{Pour } \Delta F = 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

Par conséquent, les amplitudes de transitions correspondant aux lasers σ_3^+/σ_4^+ et σ_3^-/σ_4^- , c'est-à-dire les transitions co-propageantes $\Delta m_F = 0$, interfèrent destructivement, quelque soit le désaccord Raman δ_e , dans le cas d'une polarisation parfaitement linéaire.

Les couplages Raman entre deux sous-niveaux Zeeman $\Delta m_F = \pm 2$, sont induits par des lasers Raman de polarisation σ_3^+/σ_4^- et σ_3^-/σ_4^+ (figure 3.7 (b)). Les amplitudes de transitions associées à ces couplages (expression 3.10), interfèrent aussi destructivement.

$$\begin{aligned} \sum_{e=3}^4 & - \frac{\langle m_F = 0, F = 3 | \vec{d} \cdot \vec{\sigma}_3^+ | F_e, m_F = +1 \rangle \langle m_F = +1, F_e | \vec{d} \cdot \vec{\sigma}_4^- | F = 4, m_F = +2 \rangle}{(\Delta - \delta_e)} \\ & - \frac{\langle m_F = 0, F = 3 | \vec{d} \cdot \vec{\sigma}_3^- | F_e, m_F = +1 \rangle \langle m_F = +1, F_e | \vec{d} \cdot \vec{\sigma}_4^+ | F = 4, m_F = -2 \rangle}{(\Delta - \delta_e)} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Par conséquent, pour des faisceaux Raman en polarisation $Lin_3 \parallel Lin_4$, correspondant aux faisceaux co-propageants dans notre dispositif, les transitions Raman sont rigoureusement nulles.

Cas des transitions Raman contre-propageantes :

Les faisceaux sont réfléchis avec une polarisation orthogonale aux faisceaux incidents $\vec{\epsilon}_{3,4}^{inc} \perp \vec{\epsilon}_{3,4}^{retro}$. Comme précédemment, on distingue d'une part les transitions induites par des lasers Raman de polarisation σ_3^+/σ_4^+ ou σ_3^-/σ_4^- (figure 3.7 (a)), et les transitions Raman induites par les faisceaux de polarisation σ_3^+/σ_4^- et σ_3^-/σ_4^+ , (figure 3.7 (b)). Les amplitudes de transition contre-propageantes entre les sous-niveaux Zeeman $m_F = 0$, sont proportionnelles à :

$$\begin{aligned} \sum_{e=3}^4 & +i \frac{\langle m_F = 0, F = 3 | \vec{d} \cdot \vec{\sigma}_3^+ | F_i, m_F = +1 \rangle \langle m_F = +1, F_i | \vec{d} \cdot \vec{\sigma}_4^- | F = 4, m_F = 0 \rangle}{(\Delta - \delta_e)} \\ & -i \frac{\langle m_F = 0, F = 3 | \vec{d} \cdot \vec{\sigma}_3^- | F_i, m_F = -1 \rangle \langle m_F = -1, F_i | \vec{d} \cdot \vec{\sigma}_4^+ | F = 4, m_F = 0 \rangle}{(\Delta - \delta_e)} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Les amplitudes des deux types de transition σ_3^+/σ_4^+ ou σ_3^-/σ_4^- interfèrent constructivement, par conséquent le couplage Raman contre-propageant entre sous-niveaux Zeeman $m_F = 0$ est permis.

Par ailleurs, les amplitudes des couplages induits par les faisceaux σ_3^+/σ_4^- et σ_3^-/σ_4^+ contre-propageant sont proportionnelles à :

$$\begin{aligned} \sum_{e=3}^4 +i \frac{\langle m_F = 0, F = 3 | \vec{d}\vec{\sigma}_3^+ | F_e, m_F = +1 \rangle \langle m_F = +1, F_e | \vec{d}\vec{\sigma}_4^+ | F = 4, m_F = +2 \rangle}{4(\Delta - \delta_e)} \\ -i \frac{\langle m_F = 0, F = 3 | \vec{d}\vec{\sigma}_3^- | F_e, m_F = +1 \rangle \langle m_F = +1, F_e | \vec{d}\vec{\sigma}_4^- | F = 4, m_F = -2 \rangle}{4(\Delta - \delta_e)} \end{aligned} \quad (3.12)$$

L'expression 3.12 montre que des couplages contre-propageants $\Delta m_F = \pm 2$ sont permis. Néanmoins, pour des désaccords Raman Δ grand devant la structure hyperfine de l'état excité $\Delta \gg \delta_e$ les amplitudes de transitions interfèrent destructivement.

Par conséquent, avec cette configuration laser - en supposant les polarisations parfaitement orthogonales et dans la limite d'un grand désaccord Raman - les seules transitions Raman permises sont les transitions contre-propageantes entre les états internes $|F = 3, m_F = 0\rangle$ et $|F = 4, m_F = 0\rangle$.

Dégénérescence des états d'impulsion

Nous noterons par la suite ces états internes $|F = 3, m_F = 0\rangle \equiv |a\rangle$ et $|F = 4, m_F = 0\rangle \equiv |b\rangle$. Comme on peut le voir sur la figure 3.6, les transitions Raman contre-propageantes entre ces états peuvent être réalisées soit avec une paire de faisceaux composée du laser incident accordé à la fréquence ω_3 ($\omega_3^{inc}, \vec{k}_3^{inc}$) et du laser réfléchi accordé à la fréquence ω_4 ($\omega_4^{retro}, \vec{k}_4^{retro}$) ; soit avec une paire de faisceaux composée du laser incident accordé à ω_4 ($\omega_4^{inc}, \vec{k}_4^{inc}$) et du laser réfléchi accordé à ω_3 ($\omega_3^{retro}, \vec{k}_3^{retro}$). A chacune de ces transitions est associé un vecteur d'onde effectif $\vec{k}_3^{inc} - \vec{k}_4^{retro} = \vec{k}_{eff}^+$ ou $\vec{k}_4^{inc} - \vec{k}_3^{retro} = \vec{k}_{eff}^-$ de sens opposé.

Par conséquent, ces deux paires de faisceaux donnent lieu à deux couplages Raman distincts, correspondant à la diffraction de l'onde atomique dans deux directions opposées (figure 3.8) :

$$\begin{aligned} |a, \vec{p}\rangle &\xrightarrow{k_{eff}^+} |b, \vec{p} + \hbar \vec{k}_{eff}\rangle \\ |a, \vec{p}\rangle &\xrightarrow{k_{eff}^-} |b, \vec{p} - \hbar \vec{k}_{eff}\rangle \end{aligned} \quad (3.13)$$

Par ailleurs, la présence de ces deux paires de faisceaux introduit de nouveaux couplages. En effet, l'état $|b, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ est couplé via la paire de faisceaux Raman " k_{eff}^- " à l'état $|a, \vec{p} + 2\hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ de même l'état $|b, \vec{p} - \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ est couplé via la paire de faisceaux Raman " k_{eff}^+ " à l'état $|a, \vec{p} - 2\hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ (figure 3.8) :

$$\begin{aligned} |b, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle &\xrightarrow{k_{\text{eff}}^-} |a, \vec{p} + 2\hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle \\ |b, \vec{p} - \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle &\xrightarrow{k_{\text{eff}}^+} |a, \vec{p} - 2\hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle \end{aligned} \quad (3.14)$$

Ces couplages entre les différents états d'impulsions sont représentés sur le diagramme 3.8.

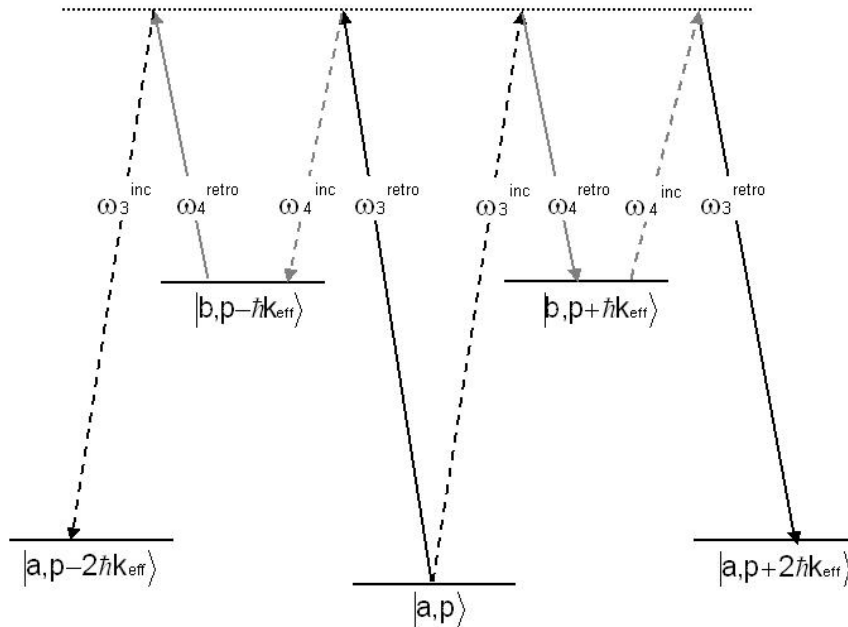


FIG. 3.8 : Il existe deux paires de faisceaux Raman contre-propageants dans la configuration rétro-réfléchi : $((\omega_3^{\text{inc}}, k_3^{\text{inc}}); (\omega_4^{\text{retro}}, k_4^{\text{retro}}))$, et $((\omega_3^{\text{retro}}, k_3^{\text{retro}}); (\omega_4^{\text{inc}}, k_4^{\text{inc}}))$. Ces faisceaux couplent les mêmes états internes $|a\rangle$ et $|b\rangle$, mais échangent des quantités de mouvement $\hbar k_{\text{eff}}$ opposées. Ainsi, l'état $|a, p\rangle$ est couplé à $|b, p + \hbar k_{\text{eff}}\rangle$ avec une paire et à $|b, p - \hbar k_{\text{eff}}\rangle$ avec l'autre paire de faisceaux Raman. Ces deux états eux aussi sont couplés avec les deux paires de faisceaux aux états $|a, p \pm 2\hbar k_{\text{eff}}\rangle$. Lorsque l'effet Doppler est nul les états d'impulsions opposées sont dégénérés.

Sélection d'une seule paire de faisceaux Raman

Pour réaliser l'une ou l'autre des transitions contre-propageantes à $+k_{\text{eff}}$ ou $-k_{\text{eff}}$, nous utilisons l'effet Doppler associé à la vitesse moyenne des atomes le long de la trajectoire. En effet, comme nous l'avons déjà vu, la condition de résonance de la transition Raman s'écrit :

$$\delta = \omega_{\text{eff}} - \left(\omega_{SHF} + \frac{\hbar k_{\text{eff}}^2}{2m} - \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{v} \right) = 0 \quad (3.15)$$

Le décalage Doppler $\delta_D = -\vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{v}$ dépend de la direction de \vec{k}_{eff} . Par conséquent, la différence de fréquence entre les deux lasers Raman peut être accordée pour être résonante avec la transition Raman $|a, \vec{p}\rangle \leftrightarrow |b, \vec{p} + \hbar \vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ ou $|a, \vec{p}\rangle \leftrightarrow |b, \vec{p} - \hbar \vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ (c.f. figure 3.9).

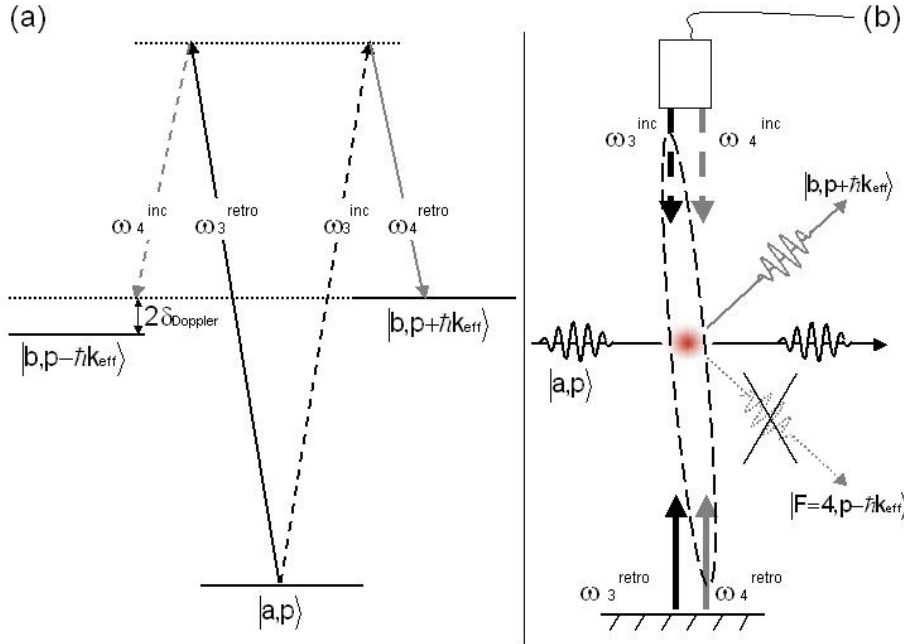


FIG. 3.9 : En présence d'effet Doppler, la dégénérescence des deux états $|b, p \pm \hbar k_{\text{eff}}\rangle$ est levée. (a) Pour choisir l'une ou l'autre des paires de faisceaux Raman, on adapte la différence de fréquence entre les faisceaux Raman pour être résonant avec une transition des deux transitions Raman. (b) Cela permet de modifier le sens de diffraction de l'onde atomique.

Dans le cadre de ce mémoire, nous étudierons le cas où les faisceaux Raman sont dirigés suivant la verticale, l'effet Doppler est donc induit par la vitesse verticale des atomes en chute libre.

La figure 3.10 représente un spectre des résonances Raman mesuré en incrémentant la différence de fréquence entre les lasers Raman d'un cycle à l'autre. Cette mesure a été ef-

fectuée à 15 ms de l'apogée, ce qui représente un décalage Doppler d'environ 345 kHz. La dégénérescence des deux résonances Raman contre-propageantes à $\pm k_{\text{eff}}$ est levée, il est donc possible d'adresser séparément ces deux transitions. Par ailleurs, sur cette courbe on peut voir un résidu de transition co-propageante dû à des défauts de polarisation.

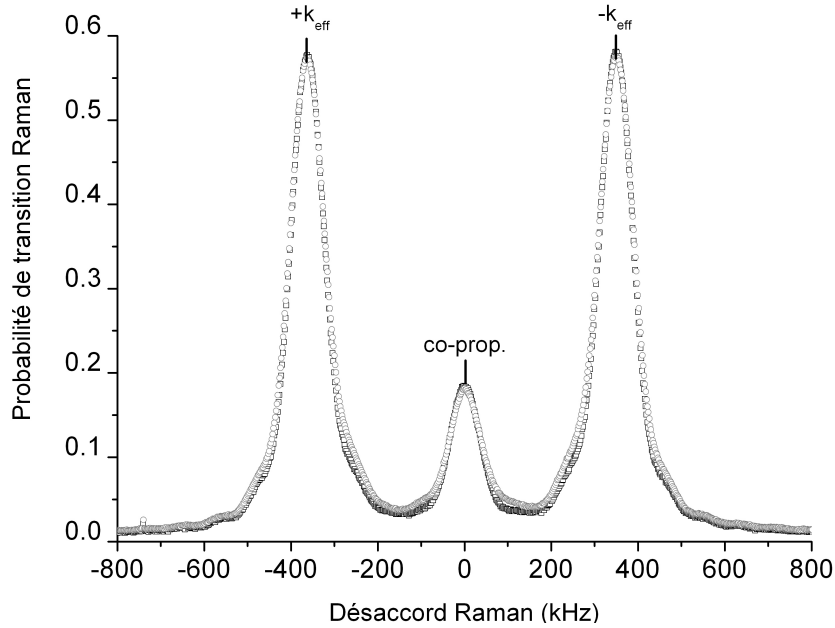


FIG. 3.10 : Probabilité de transition d'une impulsion Raman π de durée $\tau = 50 \mu\text{s}$ en fonction du désaccord, réalisée à 15 ms de l'apogée, pour les deux sources d'atomes A et B. On distingue les deux transitions contre-propageantes à $\pm k_{\text{eff}}$ et un résidu de transition co-propageante.

3.3.2 Mise en forme du faisceau Raman

La figure 3.11 montre la mise en forme des faisceaux Raman pour la configuration verticale. Après la fibre optique les faisceaux sont collimatés avec un doublet achromatique de focale 240 mm, le "waist" du faisceau (rayon à $1/e^2$) est alors de 20 mm. Cette taille de "waist" est choisie pour optimiser le contraste de l'interféromètre avec un temps d'interaction de 40 ms entre chaque impulsion laser. Le faisceau est rétro-réfléchi par un miroir. Le réglage de ce miroir est effectué en ré-injectant le faisceau dans la fibre Raman, l'alignement entre les faisceaux incidents et rétro-réfléchis est assuré à mieux que $10 \mu\text{rad}$. La lame $\lambda/4$ devant le miroir de rétro-réflexion, est réglée de façon à transformer une polarisation linéaire incidente en une polarisation linéaire orthogonale. Cela permet de réaliser la configuration $Lin_3 \perp Lin_4$

représentée sur la figure 3.6 pour effectuer des transitions Raman contre-propageantes. La qualité optique de l'ensemble des composants est au minimum de $\lambda/20$ RMS pour limiter les déphasages dus aux défauts de front d'onde [Fils 2005].

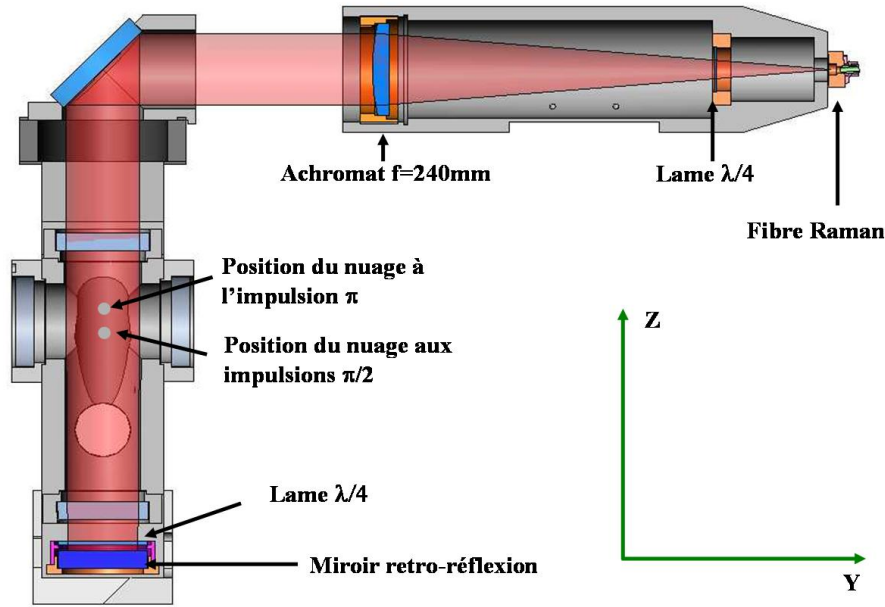


FIG. 3.11 : Dispositif optique de mise en forme des faisceaux Raman, monté sur l'enceinte à vide

3.3.3 Le nouveau dispositif laser Raman

Nous avons montré au paragraphe 2.2.2 que les mesures d'inertie peuvent être interprétées comme la mesure du déplacement des atomes en chute libre par rapport au référentiel défini par la différence de phase des faisceaux Raman. Par conséquent cette **différence** de phase laser doit être contrôlée précisément pour réaliser des mesures d'inertie de haute résolution.

Les transitions Raman utilisées pour manipuler les ondes atomiques, couplent les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental via les états hyperfins $|6P_{3/2}, F\rangle$. Le système optique de génération des faisceaux Raman, représenté sur le schéma 3.12, est basé sur l'utilisation de deux diodes lasers à cavité étendue (LCE).

La fréquence d'émission d'un premier laser maître (LCE3) est asservie en fréquence au voisinage de la transition $|6S_{1/2}, F = 3, m_F = 0\rangle \leftrightarrow |6P_{3/2}\rangle$. Le second laser LCE4 est verrouillé en phase par rapport au premier avec une différence de fréquence égale à la transition hyperfine ($\omega_{SHF} = 9,192$ GHz) corrigée de l'effet de recul. Ces faisceaux lasers sont

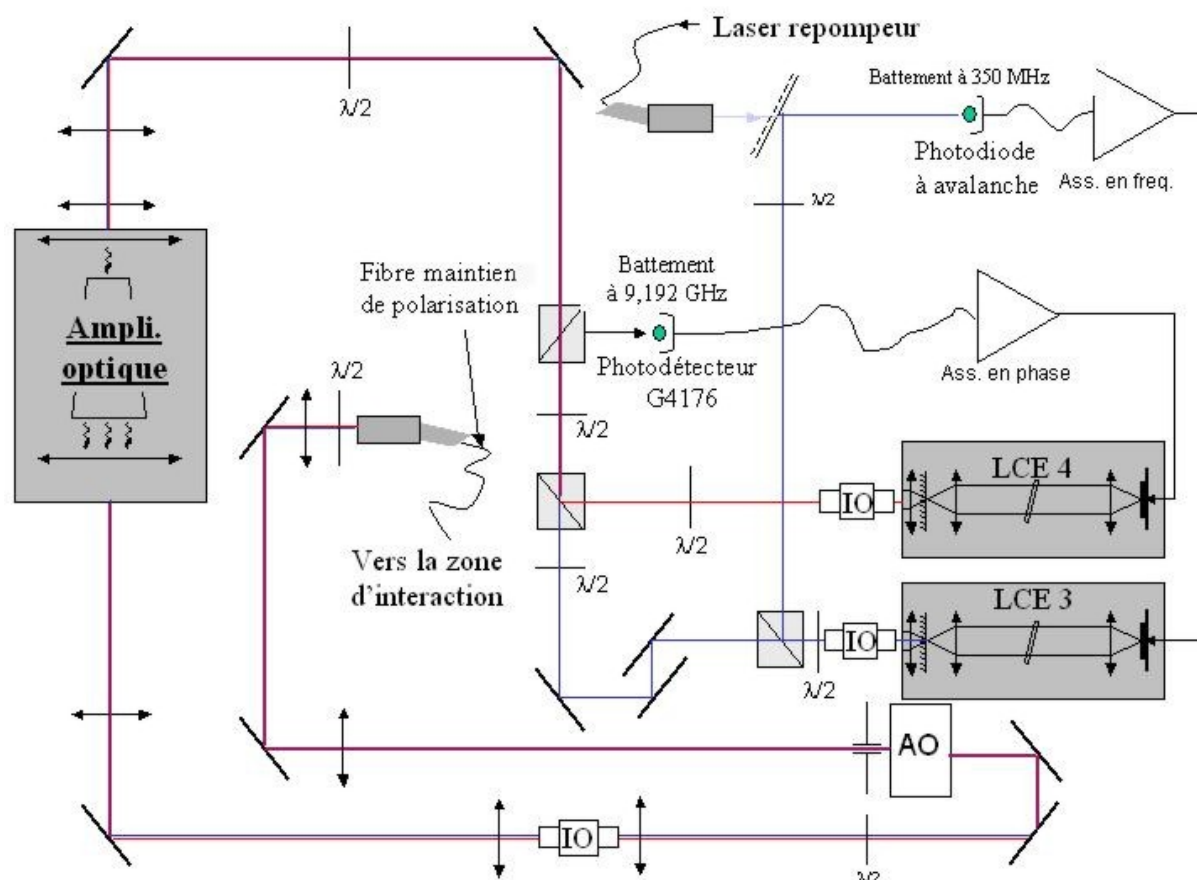


FIG. 3.12 : Schéma de principe du banc optique utilisé pour les faisceaux Raman. LCE = Laser Cavité Étendue, $\lambda/2$ = lame demi-onde, AO = Modulateur Acousto optique, IO = Isolateur Optique

injectés dans un amplificateur optique à semi-conducteur évasé afin de disposer de suffisamment de puissance pour les transitions Raman. Enfin, les deux faisceaux Raman passent par un modulateur acousto-optique (AO) à 80 MHz qui permet de générer les impulsions Raman de quelques micro secondes. Ces faisceaux sont acheminés jusqu'aux atomes avec une fibre à maintien de polarisation.

Les lasers maîtres

Les lasers maîtres (LCE3 et LCE4) sont réalisés avec des diodes lasers commerciales dont la largeur spectrale est affinée en utilisant un montage en cavité étendue (LCE) [Fleming 1981]. L'utilisation d'un filtre interférentiel intra-cavité permet de sélectionner la longueur d'onde d'émission du laser. Avec ce montage, contrairement au montage en configuration Littrow, la

sélection en longueur d'onde et le couplage avec la cavité externe sont réalisés indépendamment ce qui facilite leur optimisation.

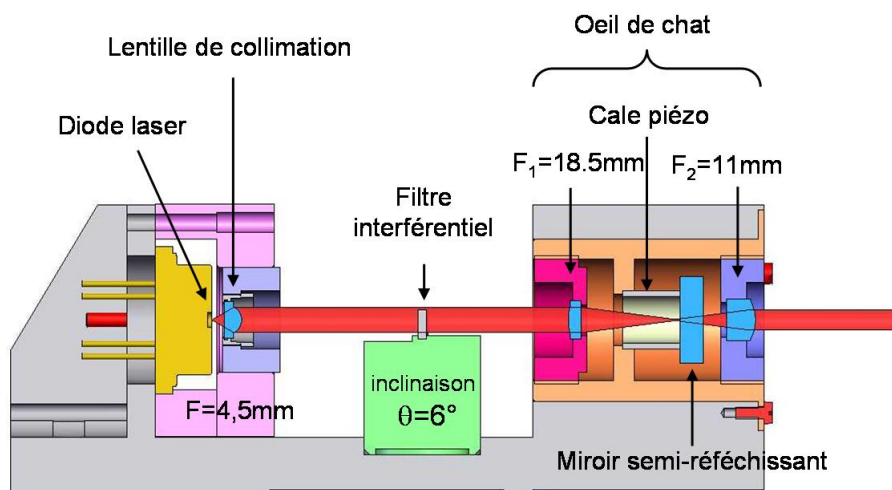


FIG. 3.13 : *Laser à cavité étendue avec filtre interférentiel*

Les LCE utilisés [Baillard 2006], sont représentés sur la figure 3.13. Dans notre montage, la diode laser (SDL 5422) est collimatée avec un objectif de focale 4,5 mm et une ouverture numérique importante (0,6). La rétro-action du laser est réalisée en focalisant le faisceau, avec un objectif de focale 18,5 mm, sur un miroir plan semi-réfléchissant dont la réflectivité varie de 15 à 30 % selon les modèles de LCE. Cette configuration en *oeil de chat* permet un alignement automatique de la cavité externe. La longueur de cette cavité externe peut être réglée très finement grâce à une cale piézo-électrique (de diamètre 10 mm et de longueur 10 mm) collée sur le miroir semi-réfléchissant. La longueur de la cavité externe est de l'ordre de 70 mm.

Le filtre interférentiel (Research Electro-Optics) inséré dans la cavité externe possède un maximum de transmission de 91%, et il est conçu pour être utilisé à 852 nm pour un angle d'incidence de 6° par rapport à la normale, pour éviter les retours dans la diode. La sélectivité en longueur d'onde $d\lambda/d\theta$ est par ailleurs beaucoup plus faible que celle des réseaux utilisés en configuration Littrow, ce qui rend le montage moins sensible aux instabilités mécaniques.

L'élément clef de ce montage est qu'il permet d'optimiser la sélection du mode longitudinal avec la cavité externe indépendamment du mode transverse. En effet, la diode laser émet un faisceau mono-mode transverse. L'utilisation de l'*oeil de chat* pour refermer la cavité externe et l'utilisation du filtre interférentiel en transmission, permet de sélectionner un mode

longitudinal sans modifier le mode transverse. Ce montage est rendu possible grâce au très bon coefficient de transmission des filtres utilisés.

Par ailleurs, l'accordabilité du laser est réalisée en changeant la longueur de la cavité avec la cale piézo-électrique fixée sur le miroir de sortie. Avec ce dispositif le faisceau de sortie ne "bouge" pas (même si le miroir tourne pendant le déplacement) à la différence d'une configuration Littrow. Ceci permet d'améliorer la stabilité de l'ensemble du montage optique.

Ces lasers restent asservis pendant plusieurs jours, améliorant ainsi considérablement la fiabilité de l'expérience.

Asservissement de fréquence

Le désaccord en fréquence Δ des deux lasers LCE3 et LCE4 par rapport à l'état excité $|6P_{3/2}\rangle$ influe sur le taux d'émission spontanée. En effet, pendant la phase interférométrique le taux d'émission spontanée varie comme $\frac{I_{Raman}}{\Delta^2}$ où I_{Raman} est l'intensité totale des deux lasers Raman. Par ailleurs, le désaccord Δ intervient aussi dans l'expression de la pulsation de Rabi effective de la transition Raman (équation 2.12) $\Omega_{eff} \propto \frac{I_{Raman}}{\Delta}$. Par conséquent, le choix de Δ résulte d'un compromis entre le taux d'émission spontanée et la pulsation de Rabi effective. Expérimentalement, ce désaccord est fixé via la fréquence du LCE3, la fréquence du LCE4 étant fixée par l'asservissement en phase sur le LCE3 à 9,192 GHz.

Le contrôle de la fréquence du LCE3 est réalisé avec le battement entre une partie des faisceaux issu du LCE3 (0,2 mW) et du laser repompeur¹ (1 mW) utilisé pour le refroidissement des atomes. Le battement est détecté avec une photodiode à avalanche (bande passante 2 GHz) puis amplifié et divisé en fréquence par 8 avant d'être converti en tension.

Un signal d'erreur est créé à partir de cette tension en lui soustrayant une tension de référence, dont la valeur permet de fixer le désaccord du LCE3 par rapport à la fréquence d'émission du laser repompeur (figure 3.14). Ce désaccord vaut typiquement 350 MHz, et correspond à un désaccord de l'ordre de 425 MHz vers le rouge par rapport au niveau $F' = 3$ de la structure hyperfine de l'état excité. Le signal d'erreur est intégré une première fois pour corriger la fréquence en agissant sur une entrée de modulation de l'alimentation en courant de la diode. Un deuxième intégrateur génère un signal envoyé sur la commande de la cale piézo-électrique pour corriger les fluctuations lentes de la longueur de la cavité externe.

¹Le laser repompeur est asservi en utilisant une technique de spectroscopie par modulation de fréquence. La phase du laser est modulée par un électro-optique à une fréquence de 5 MHz. Ce faisceau est ensuite utilisé pour réaliser une absorption saturée dans une cellule de vapeur de césium. Une photodiode rapide permet de détecter la modulation d'absorption à 5 MHz. Ce signal est alors démodulé avec un mélangeur radio fréquence afin d'obtenir un signal d'erreur.

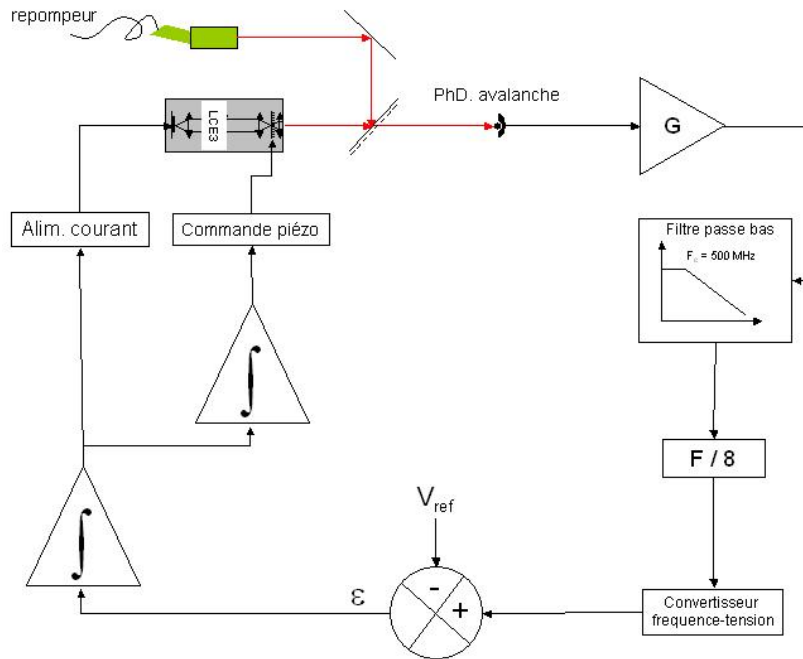


FIG. 3.14 : Schéma de principe de l'asservissement de fréquence du LCE3. Le LCE3 est comparé avec un autre LCE (repompeur pour le refroidissement) lui même asservi sur une transition atomique.

Asservissement en phase des deux lasers

Dans un asservissement en phase de deux oscillateurs, la fréquence moyenne d'un oscillateur ω_{local} suit celle d'un l'oscillateur de référence ω_{ref} (comme dans le cas d'un asservissement de fréquence "classique") en maintenant une erreur de phase petite devant 2π . Dans notre cas, nous voulons que les fluctuations de la différence de phase entre les deux lasers Raman reste petite pendant le temps de l'interféromètre (100 ms environ). Il est très difficile en pratique d'atteindre le niveau de performance souhaité en asservissant indépendamment chacun des lasers, car cela suppose de contrôler la fréquence de chacun des lasers à mieux que le mHz. La solution consiste à asservir directement la différence de phase entre les deux lasers LCE3 et LCE4.

Pour cela, cette différence de phase est détectée par un photodétecteur rapide PhD2 (type Hamamatsu G4176, bande passante 15GHz), en faisant interférer les deux champs lasers à l'aide d'un cube séparateur de polarisation (voir figure 3.15). Le signal de battement à 9,192

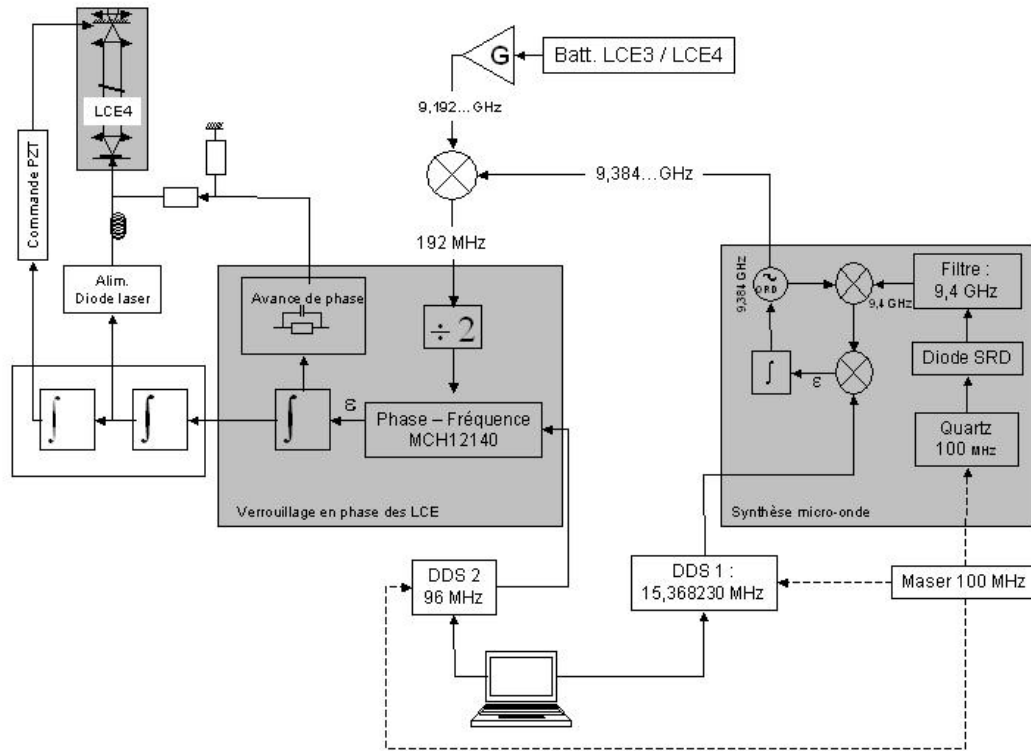


FIG. 3.15 : Schéma de principe de l'asservissement en phase des deux lasers Raman. Le signal d'erreur généré à partir du battement entre les deux lasers maîtres vient corriger LCE4.

GHz est amplifié puis mélangé à un signal de référence, de fréquence $\nu_{ref} = 9,384$ GHz, issu d'une chaîne de synthèse micro-onde².

La fréquence du battement obtenu à 192 MHz est divisée par deux et comparée avec le signal d'un synthétiseur digital RF (DDS) à 96 MHz. Cette comparaison est effectuée grâce à un détecteur phase/fréquence digital (MCH 12140) qui délivre un signal d'erreur proportionnel à la différence de phase des deux signaux lorsque ceux-ci oscillent à la même fréquence. Dans le cas contraire, il présente l'avantage, de délivrer une tension non nulle dont le signe dépend de celui de la différence de fréquence, permettant ainsi à la boucle d'asservissement de ramener la fréquence de l'oscillateur vers la fréquence de consigne.

Le signal d'erreur est amplifié, intégré, puis déphasé par un circuit d'avance de phase afin d'augmenter la bande passante de l'asservissement. Pour appliquer les corrections hautes fréquences, ce signal est sommé directement sur le courant de la diode. Les corrections plus

²Le principe de cette chaîne de synthèse micro-onde, consiste à verrouiller en phase un Oscillateur Diélectrique Résonant (ODR) sur la 94 ième harmoniques d'un quartz (100 MHz) avec une bande passante de 250 kHz. La caractérisation de cette chaîne de fréquence est présentée dans la thèse de Florence Yver [Yver Leduc 2004].

basses fréquences sont réalisées en intégrant l'erreur une seconde fois avant d'être envoyées sur l'entrée de modulation de l'alimentation en courant de la diode. Un troisième étage d'intégration permet de compenser les dérives de fréquence par l'intermédiaire de la commande haute tension de la cale piézo-électrique.

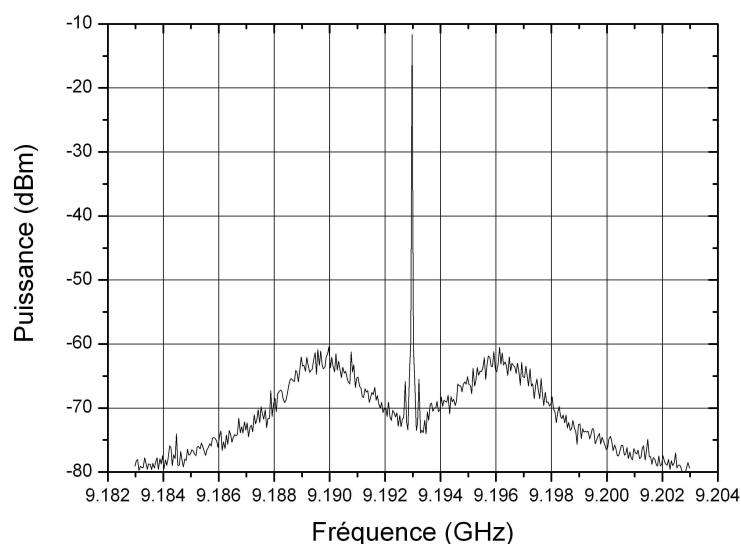


FIG. 3.16 : *Battement entre les deux LCE asservis en phase.*

La figure 3.16 montre le battement entre les deux LCE asservis en phase. Le système d'asservissement permet de recopier la référence de fréquence avec une bande passante d'environ 3,5 MHz, limité par les déphasages internes de la diode laser.

L'utilisation de deux étages de référence, à 9,384 GHz et à 192 MHz, présente l'avantage de ne pas émettre de rayonnement à 9,192 GHz, résonant avec la transition atomique. Par ailleurs, cela permet d'utiliser le détecteur phase/fréquence qui fonctionne dans cette gamme de fréquence.

Enfin, avec ces synthétiseurs, il est possible de moduler la différence de fréquence et/ou de phase entre les lasers. En particulier, la DDS1 est utilisée pour balayer la différence de phase ou de fréquence d'un cycle de mesure à l'autre. La DDS2 permet de générer des rampes de fréquence entre le début et la fin de l'interféromètre, cette possibilité est utilisée pour compenser l'effet Doppler créé par une accélération uniforme dans la direction des faisceaux Raman [Cheinet 2005].

En effet, dans le cas où les faisceaux Raman sont dirigés suivant la verticale, le désaccord Doppler évolue linéairement pendant la chute des atomes. La condition de résonance de la transition Raman s'écrit alors :

$$\omega_{\text{eff}} = -\omega_{SHF} + \omega_{\text{recul}} \mp k_{\text{eff}}g(t - t_a) \quad (3.16)$$

où t_a est le moment de l'apogée. Le signe \mp de l'effet Doppler, dépend de la paire de faisceau Raman sélectionnée.

Afin de réaliser les impulsions Raman $\pi/2 - \pi - \pi/2$, nous faisons évoluer linéairement la différence de fréquence des lasers Raman pour compenser le désaccord Doppler pour que la condition de résonance soit conservée aux moments des trois impulsions lasers. Cette rampe de fréquence entre les fréquences des deux lasers Raman est réalisée en modifiant la référence de fréquence micro-onde utilisée pour l'asservissement en phase des lasers avec la DDS2 figure 3.15. La rampe de fréquence nécessaire pour compenser l'effet Doppler moyen dû à l'accélération de pesanteur est $\alpha = 23,017 \text{ MHz s}^{-1}$.

Amplificateur optique à semi-conducteur

Les transitions Raman nécessitent une intensité relativement importante de l'ordre de 200mW par faisceau Raman, pour exciter efficacement l'ensemble des atomes malgré la sélectivité en vitesse. Nous utilisons pour cela un amplificateur optique à semi-conducteur évasé (AOE) (*tapered amplifier* EYP-TPL 1000), injectés par les deux LCE verrouillés en phase.

Le milieu amplificateur est un guide d'onde de section $(1 \times 5 \mu\text{m}^2)$ sur la face d'entrée, qui s'élargit progressivement jusqu'à $300 \mu\text{m}$ dans le plan horizontal afin de limiter l'intensité dans l'amplificateur. Il résulte de cette géométrie que le mode du faisceau émergeant est très astigmatique, avec une forte divergence dans le plan vertical (guidé dans $1 \mu\text{m}$ d'épaisseur).

L'injection de l'amplificateur est réalisée en focalisant les faisceaux Raman sur la face d'entrée de l'AOE avec un objectif sphérique de focale $f = 4,5 \text{ mm}$. Nous avons vérifié que dans les conditions standards de l'expérience, i.e. pour un courant d'alimentation de 2 A et une puissance à l'entrée de l'ordre de 10 mW par faisceaux, l'amplificateur est largement saturé.

Afin de perdre le moins de puissance possible lors de l'injection de la fibre monomode, qui réalise un filtrage spatial, il est nécessaire de corriger au mieux l'astigmatisme du faisceau sortant. Pour circulariser le faisceau en sortie de l'AOE, une première lentille sphérique de courte distance focale (8 mm) collimate le faisceau dans l'axe vertical, tandis que le faisceau converge dans la direction horizontale. Il est ensuite collimaté dans cette direction avec une

lentille cylindrique de focale 200 mm. La mise en forme du faisceau est présentée sur la figure 3.17.

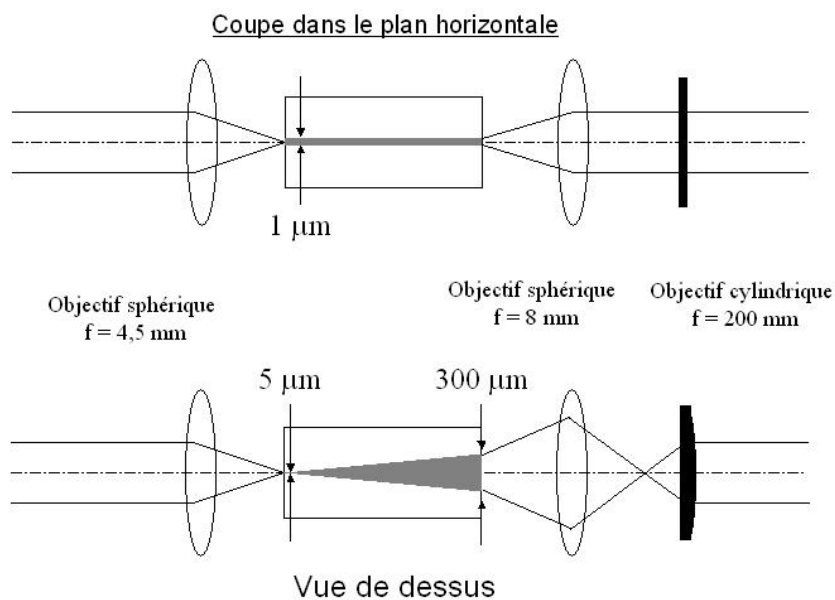


FIG. 3.17 : Schéma de la mise en forme du faisceau de l'AOE.

En sortie de l'amplificateur nous disposons d'une puissance totale de 750 mW. Néanmoins, le faisceau de sortie n'est pas monomode transverse et contient environ 70 % de puissance dans le mode TEM_{00} . C'est pourquoi, après passage dans le modulateur acousto-optique et l'injection dans la fibre la puissance totale est de 400 mW environ, soit un gain d'un facteur deux par rapport au montage précédent. Ceci permet de réaliser des impulsions Raman deux fois plus courtes et donc de réduire la sélectivité en vitesse des transitions Raman. Nous verrons plus loin, que cela permet d'améliorer le contraste de l'interféromètre et donc le bruit de détection limite de l'interféromètre.

Nous avons évalué le bruit de phase ajouté par l'amplificateur. Pour cela, les deux faisceaux Raman amplifiés sont détectés avec un photoconducteur D1 identique à celui utilisé pour l'asservissement en phase D2. Le signal de battement à 9,192 GHz est alors mélangé avec le battement, entre les deux LCE, utilisé pour réaliser le signal d'erreur de l'asservissement. Un déphaseur hyper-fréquence permet d'ajuster la différence de phase en quadrature pour être sensible uniquement aux fluctuations de phase. Le bruit de phase est mesuré avec un analyseur à transformée de Fourier rapide (FFT) dans la bande de fréquence 1-100 kHz. La figure 3.18 montre le dispositif de mesure de bruit de phase.

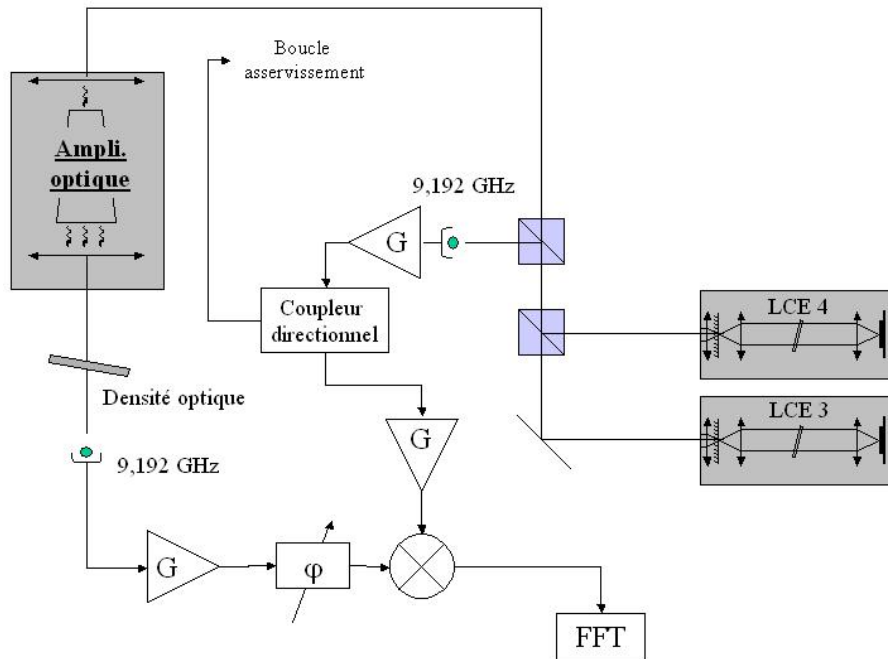


FIG. 3.18 : Chaîne de mesure du bruit de phase ajouté par l'AOE. Le signal à 9,192 GHz amplifié par l'AOE est mélangé avec le signal de battement à 9,192 GHz des deux LCE maîtres utilisés pour l'asservissement en phase des deux lasers. Un déphaseur permet d'ajuster une différence de phase moyenne nulle.

La densité spectrale du bruit de phase ajouté par l'AOE est représentée sur la figure 3.19. Entre 1 Hz et 10 kHz le bruit de phase décroît en $1/f$ et atteint un palier de bruit blanc de phase vers 30 kHz inférieur à $-130 \text{ dB rad}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$. Le bruit de phase ajouté par l'AOE est environ un ordre de grandeur plus bas que le bruit de l'asservissement de phase (la caractérisation du bruit de phase de l'asservissement de phase des lasers est présenté dans [Yver Leduc 2004] et pour un montage similaire dans [Cheinet 2006]).

Bruit de phase des lasers vu par les atomes

Après le passage dans l'amplificateur optique, les deux faisceaux Raman, ont une polarisation parallèle, ils sont acheminés jusqu'aux atomes par une fibre à maintien de polarisation. Ces fibres optiques se comportent comme des lames biréfringentes avec deux axes propres d'indice optique légèrement différent, dont la différence varie très rapidement avec la température, ce qui a pour effet de modifier la polarisation et donc d'ajouter une fluctuation de phase entre les deux faisceaux Raman. Pour minimiser cet effet, la polarisation des faisceaux Raman

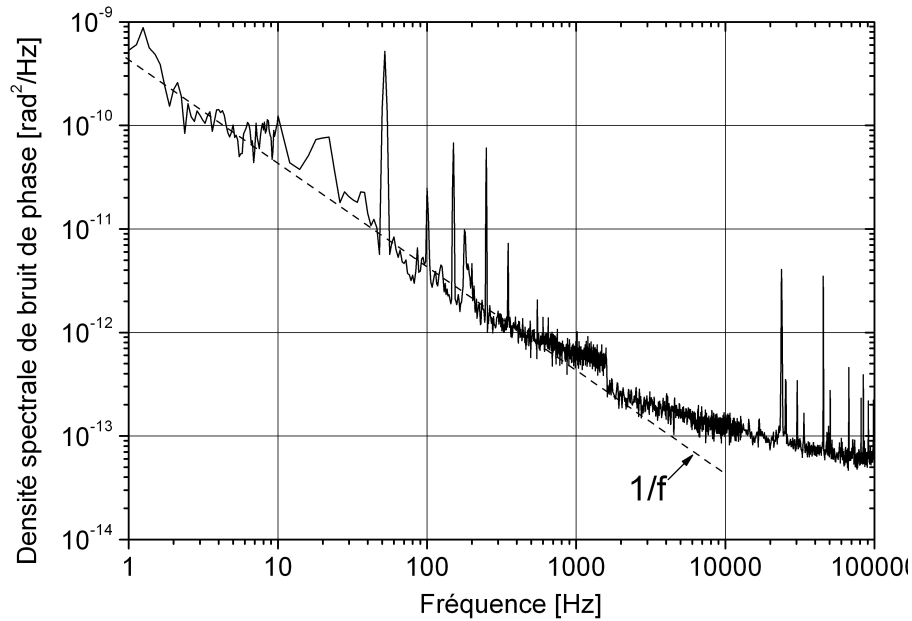


FIG. 3.19 : Densité spectrale de bruit de phase ajouté par l'AOE.

est alignée sur un des axes propre de la fibre, le faisceau ressort alors polarisé linéairement sur le même axe.

Nous mesurons le bruit de phase laser en sortie de fibre vu par les atomes avec le dispositif schématisé sur la figure 3.20. Pour cela, le battement à 9,192 GHz en sortie de fibre optique est détecté avec un photoconducteur rapide, similaire à celui utilisé pour l'asservissement en phase des lasers, puis mélangé avec le signal de référence à 9,384 GHz. Le battement à 192 MHz est démodulé avec le signal issu du synthétiseur radio fréquence (DDS2) utilisé pour l'asservissement de phase des lasers. Ainsi, le signal d'erreur obtenu est proportionnel au bruit de phase résiduel ajouté au signal de référence. Les fluctuations de phase mesurées résultent du bruit de phase d'asservissement, du bruit d'amplification et du bruit induit par le transport dans la fibre optique à maintien de polarisation. La densité spectrale de bruit de phase est mesurée avec un analyseur de spectre à transformée de Fourier rapide.

La densité spectrale de bruit de phase mesurée est représentée sur la figure 3.21. Le spectre de bruit de phase obtenu avec le banc Raman utilisant un AOE est en trait plein noir, le spectre mesuré avec l'ancien système laser figure en gris. Le bruit de phase aux fréquences inférieures à 10 Hz avec le nouveau système laser est considérablement réduit par rapport au système précédent. Ce bruit est principalement dû aux fluctuations d'indice des axes propres de la fibre avec la température. Dans l'ancien système les faisceaux se propagent en polarisation croisée sur les axes propres de la fibre, ce qui entraîne d'importantes fluctuations de phase avec la

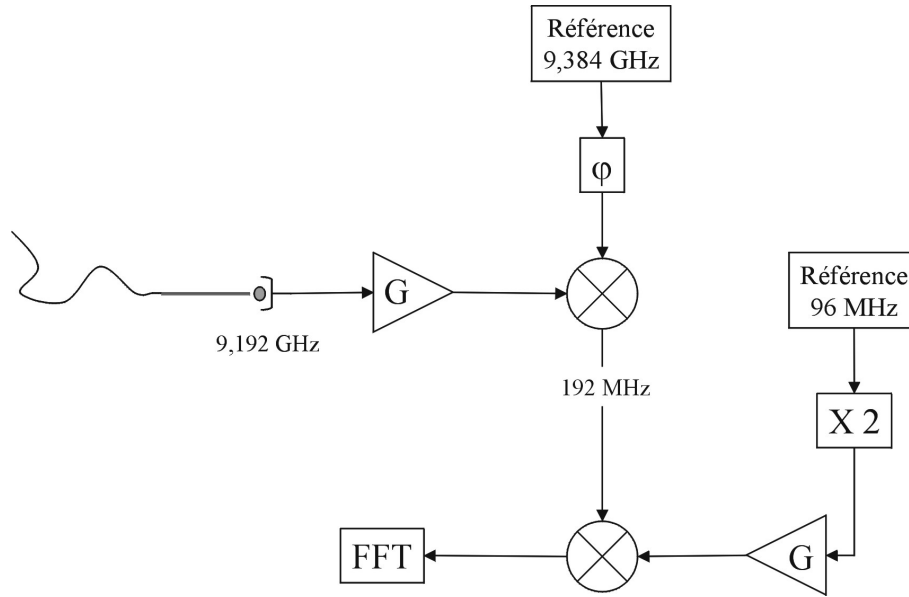


FIG. 3.20 : Dispositif de mesure de la densité spectrale de bruit de phase après la fibre optique, après démodulation par la référence issue de la chaîne de fréquence.

température [Yver Leduc 2004]. Au contraire, avec le nouveau système les deux faisceaux se propagent sur un seul axe de la fibre permettant de réduire considérablement le bruit basse fréquence. Le palier de bruit à quelques kHz est dû au niveau de bruit blanc de fréquence du convertisseur phase-fréquence utilisé pour l'asservissement en phase des LCE.

Le bruit de phase aux fréquences supérieures à 100 kHz est mesuré directement à partir du battement optique à l'aide d'un analyseur de spectre. Cette mesure est limitée par le bruit de l'analyseur de spectre, à une hauteur d'environ -108 dB.rad²/Hz, ce qui explique la discontinuité sur la figure 3.21. Néanmoins, cette mesure permet de résoudre la bosse de bruit à 3,5 MHz, liée à la bande passante de l'asservissement de phase qui est limitée par les déphasages parasites de la diode laser du LCE4.

Contribution du bruit de phase des lasers sur le signal atomique.

Pour évaluer la contribution de ces fluctuations de phase laser sur le signal atomique mesuré, nous calculons la réponse en fréquence de l'interféromètre à une fluctuation de phase laser. Nous considérons pour cela une modulation de phase de la forme $\phi(t) = \phi_\omega \cos(\omega t + \Psi)$. Le déphasage $\Delta\Phi_\omega$ en sortie de l'interféromètre est déduit de la formule 2.87 :

$$\Delta\Phi_\omega = -\omega\phi_\omega \int_{-\infty}^{+\infty} g_\phi(t) \sin(\omega t + \Psi) dt \quad (3.17)$$

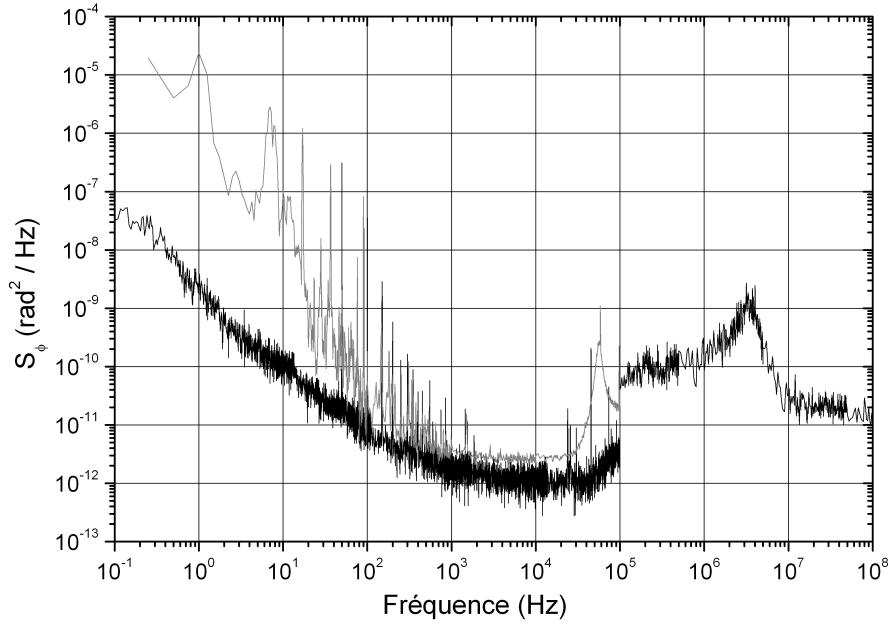


FIG. 3.21 : *Densité spectrale de bruit de phase mesurée après la fibre optique, après démodulation par la référence issue de la chaîne de fréquence. Le spectre en gris correspond aux mesures réalisées avec l'ancien système, le spectre en noir correspond aux mesures réalisées avec le nouveau système Raman.*

où $g_\phi(t)$ est la fonction de sensibilité calculée dans la section 2.3. $\Delta\Phi_\omega$ s'exprime en fonction de la transformée de Fourier de $g_\phi(t) \Rightarrow G_\phi(\omega)$:

$$\Delta\Phi_\omega = -\phi_\omega \cos(\Psi)\omega G_\phi(\omega) \quad (3.18)$$

La réponse en fréquence de l'interféromètre s'exprime alors en fonction de $H(\omega) = \omega G_\phi(\omega)$, dont le calcul est réalisé dans [Canuel 2007] et [Cheinet 2005] :

$$H_\phi(\omega) = \frac{-2\omega\Omega_{eff}}{\omega^5 - 5\omega^3\Omega_{eff}^2 + 4\omega\Omega_{eff}^4} \left(\Omega_{eff}(\omega^2 - 4\Omega_{eff}^2) \cos(\omega(T + \frac{\tau}{2})) + 4\Omega_{eff}(\Omega_{eff}^2 - \omega^2) \cos(\omega\frac{\tau}{2}) - \omega(\omega^2 - 4\Omega_{eff}^2) \sin(\omega(T + \frac{3\tau}{2})) \right) \quad (3.19)$$

Pour évaluer la sensibilité de l'interféromètre nous utilisons l'outil d'analyse statistique appelé variance d'Allan $\sigma_\phi(\tau_m)^2$. L'expression de cette variance d'Allan pour un temps d'intégration $\tau_m = mT_c$, multiple du temps de cycle T_c de l'expérience, en fonction de la densité spectrale de bruit de phase est calculée dans [Cheinet 2006] :

$$\sigma_\phi(\tau_m)^2 = \frac{1}{2m^2} \int_0^\infty \frac{4 \sin^4(m\omega T_c)}{\sin^2(\omega T_c)} S_\phi(\omega) |H(\omega)|^2 \frac{d\omega}{2\pi} \quad (3.20)$$

La variance d'Allan sur un coup $\sigma_\phi^2(\tau_1)$ des fluctuations de phase interférométriques créées par des fluctuations de phase laser est calculée avec l'équation 3.20 dans laquelle $m = 1$. Les résultats sont rassemblés dans le tableau suivant pour les décades de 0 à 100 MHz, pour un temps d'interaction total $2T = 80$ ms, des impulsions Raman de durée $\tau = 12\mu\text{s}$ et un temps de cycle $T_c = 0,58$ s.

Fréquence (Hz)	ancien système (mrad)	nouveau système (mrad)	AOE (mrad)
0 - 10 Hz	4,4	0,08	0,07
10 - 100 Hz	2,7	0,12	0,09
0,1 - 1 kHz	0,3	0,12	0,07
1 - 10 kHz	0,4	0,26	0,14
10 - 100 kHz	2	0,54	0,26
0,1 - 1 MHz	x	1,76	x
1 - 10 MHz	x	1,16	x
10 - 100 MHz	x	0,09	x
Total (mrad rms)	5,5	2,2	0,3

TAB. 3.1 : Contribution du bruit de phase mesuré en sortie de fibre sur le déphasage aromique σ_ϕ^2 (mrad).

Conclusion

Cette étude a permis de valider l'utilisation d'un AOE bi-fréquence pour générer les faisceaux lasers Raman. En effet, en permettant d'injecter les lasers sur la même polarisation cette configuration réduit considérablement la contribution du bruit de phase basse fréquence qui était une limitation importante avec l'ancien système. Par ailleurs nous avons vérifié que le bruit de phase ajouté par l'injection bi-fréquence de l'AOE n'était pas significative. La contribution principale du bruit de phase laser avec cette configuration est lié aux fluctuations de phase hautes fréquences, dans la bande $[0, 1; 10 \text{ MHz}]$. Cet excès de bruit est dû à la bande passante insuffisante de l'asservissement en phase des lasers, limitée par les déphasages internes de la diode laser. Pour remédier à ce problème, on peut envisager de réaliser les corrections hautes fréquences de phase du laser avec un modulateur électro-optique dont

la bande passante est plus grande que celle des diodes lasers, ce type système est décrit dans la thèse de Julien Le Gouët.

Cependant, pour connaître le bruit de phase total vu par les atomes, il convient de prendre en compte le bruit introduit par le signal de référence. L'analyse du bruit de phase de la chaîne de fréquence a été effectuée dans [Yver Leduc 2004]. Pour un temps d'interaction de 80 ms, la contribution de la référence de fréquence au bruit de phase atomique est de 2,5 mrad.

Le bruit de phase total vu par les atomes est donc de $\sqrt{2,2^2 + 2,5^2} = 3,3$ mrad pour $2T = 80$ ms. Afin de réduire le bruit de la référence de fréquence, il est prévu de construire une nouvelle chaîne de fréquence au laboratoire [Nyman 2006].

3.3.4 Superposition des trajectoires atomiques

Nous avons vu que l'utilisation de la configuration rétro-réfléchie induit deux types de couplages Raman contre propageants. Afin de sélectionner un seul de ces couplages, nous utilisons l'effet Doppler induit par la vitesse verticale et opposé pour les deux états. Cependant, la vitesse verticale s'annule à l'apogée de la trajectoire, il n'est donc pas possible de discriminer les deux transitions à cet instant. Pour résoudre ce problème, la vitesse de lancement des deux sources d'atomes est légèrement augmentée par rapport à la situation où les deux trajectoires sont parfaitement superposées et où l'impulsion π a lieu à l'apogée. Ainsi, l'impulsion π est décalée par rapport à l'apogée mais la trajectoire des deux sources atomiques reste superposée dans le plan transverse du faisceau Raman (Oxy) figure 3.22. Nous verrons par la suite que la qualité de cette superposition est cruciale pour la réjection de nombreux effets systématiques.

3.4 Détection

3.4.1 Principe de la détection par temps de vol

L'utilisation de transitions Raman permet d'associer la probabilité pour un atome d'être dans l'un ou l'autre des deux ports de sortie de l'interféromètre (i.e. état externe) à la mesure des populations dans les états internes $|F = 4\rangle$ et $|F = 3\rangle$ (chapitre 2.1.1)[Bordé 1989]. La mesure des populations est réalisée en comptant le nombre de photons de fluorescence émis par les atomes lors de la traversée des nappes de lumière résonante.

Le système de détection est représenté sur la figure 3.23. Il est constitué de trois ondes stationnaires polarisées circulairement. Deux d'entre elles servent de sonde et sont issues d'un même faisceau laser, provenant du laser servant au refroidissement des atomes, dont la

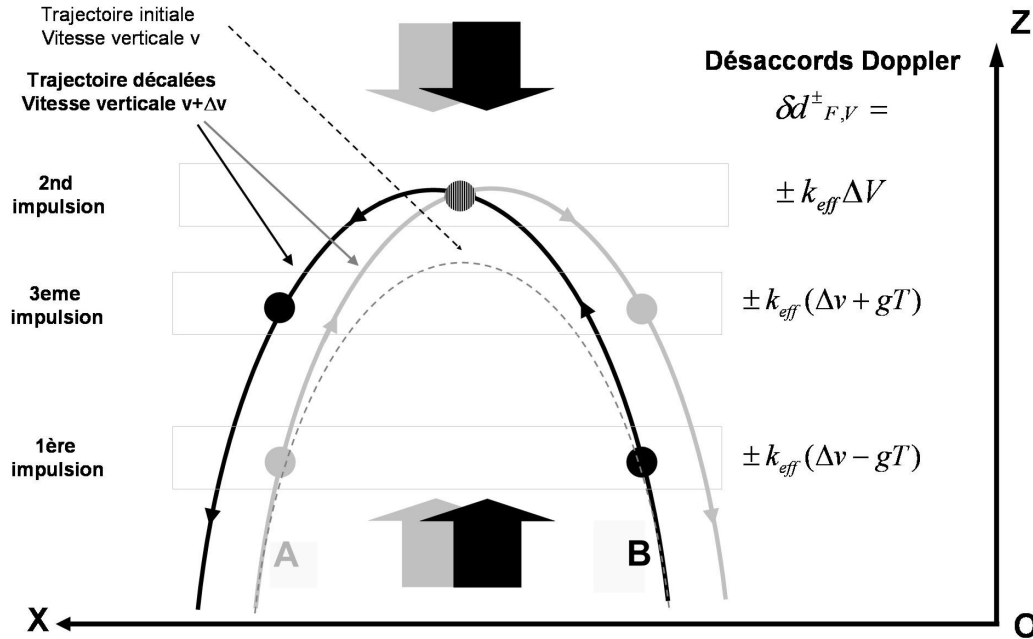


FIG. 3.22 : Position des deux sources atomiques aux moments des trois impulsions Raman. Pour ne pas effectuer l'impulsion π à l'apogée des trajectoires, la vitesse de lancement est légèrement augmentée afin de décaler l'apogée. Lorsque l'on augmente la vitesse de lancement de manière identique pour les deux sources atomiques, les trajectoires restent superposées dans le plan (xOy).

fréquence est accordée sur la transition cyclante $|6^2S_{1/2}, F = 4\rangle \rightarrow |6^2P_{3/2}, F' = 5\rangle$. Les faisceaux sondes sont diaphragmés afin d'obtenir des "nappes" de lumière horizontales de 10 mm de largeur et de 5 mm d'épaisseur. De plus, une partie du faisceau repompeur (accordé sur la transition $|6^2S_{1/2}, F = 3\rangle \rightarrow |6^2P_{3/2}, F' = 4\rangle$), utilisé pour les piège magnéto-optiques, est insérée entre les deux faisceaux sondes. Ce faisceau repompeur est mis en forme avec un diaphragme rectangulaire de dimension 10×1 mm.

Après un temps de vol de 366 ms les atomes traversent la première nappe de lumière en 4,5 ms. L'onde stationnaire crée une mélasse à une dimension afin d'éviter de pousser les atomes pendant la détection par pression de radiation. De plus, la polarisation circulaire de la sonde a pour effet de pomper les atomes dans le sous-niveau $|F = 4, m_F = 4\rangle$ afin d'empêcher qu'ils ne se dés excitent dans le niveau $|F = 3\rangle$. Les photons diffusés sont collectés via un condenseur d'axe optique perpendiculaire au faisceau par une photodiode (Hamatsu 1327BQ 10×10 mm² de sensibilité 0,55 A/W) qui permet de collecter 3,7 % des photons diffusés. Le

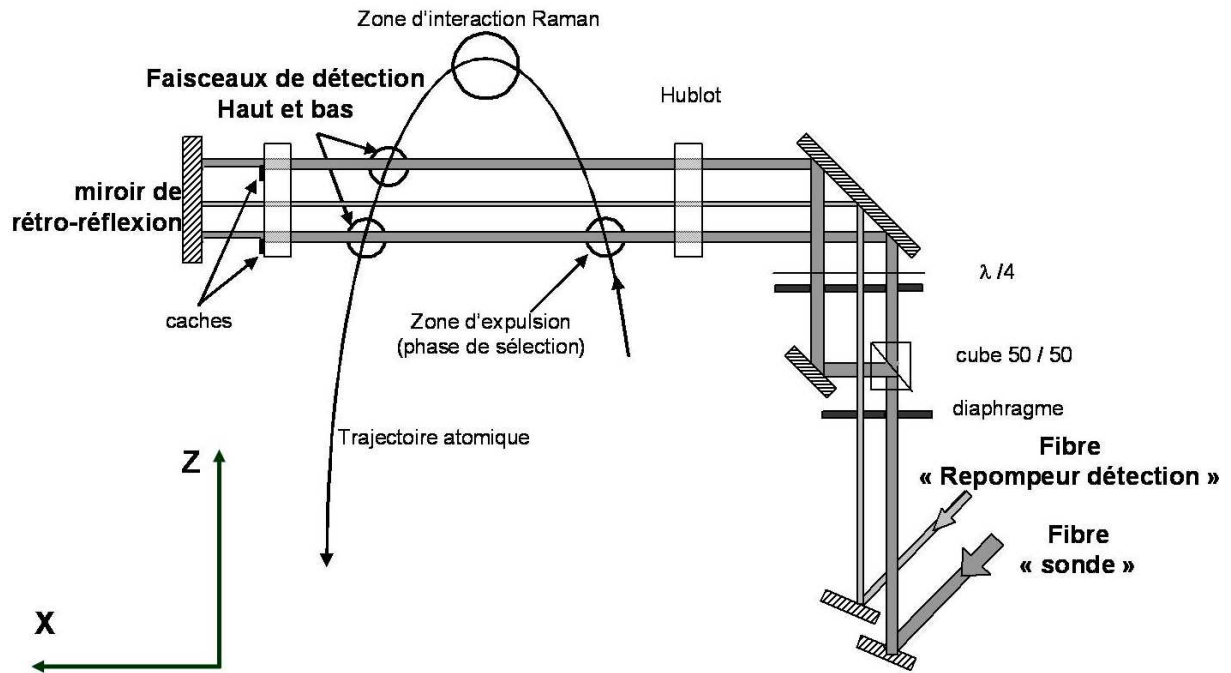


FIG. 3.23 : Schéma du principe de la détection par temps de vol.

photo-courant est converti en tension avec un montage trans-impédance dont la résistance de charge vaut $100\text{ M}\Omega$.

Les signaux de fluorescence en fonction du temps, *temps de vol*, sont représentés sur la figure 3.24. Ils reflètent la distribution spatiale des atomes à leur traversée dans les faisceaux sondes. Ainsi, le nombre d'atomes N_4 dans $|6^2S_{1/2}, F = 4\rangle$ est proportionnel à l'aire du temps de vol A_4 . Celle-ci est obtenue en intégrant numériquement le signal du temps de vol pendant la durée de traversée de la sonde, après avoir retranché le signal de fond. Pour cela, l'acquisition des temps de vol est séparée en trois parties. La partie centrale est utilisée pour calculer l'aire du temps de vol, la première et la dernière zone de détection servent à calculer le signal de fond.

Après cette mesure, les atomes dans le niveau $|F = 4\rangle$ sont poussés par pression de radiation. Pour cela, un cache noir, disposé sur le miroir de renvoi, rend l'onde progressive, dans la partie basse du premier faisceau sonde.

Les atomes restant, sont ceux présents dans l'état $|F = 3\rangle$, à la sortie de l'interféromètre. Ils sont pompés dans l'état $|F = 4\rangle$, en passant dans le faisceau repompeur. Ensuite, ils sont détectés lorsque le nuage d'atomes passe dans le second faisceau sonde, avec un second sys-

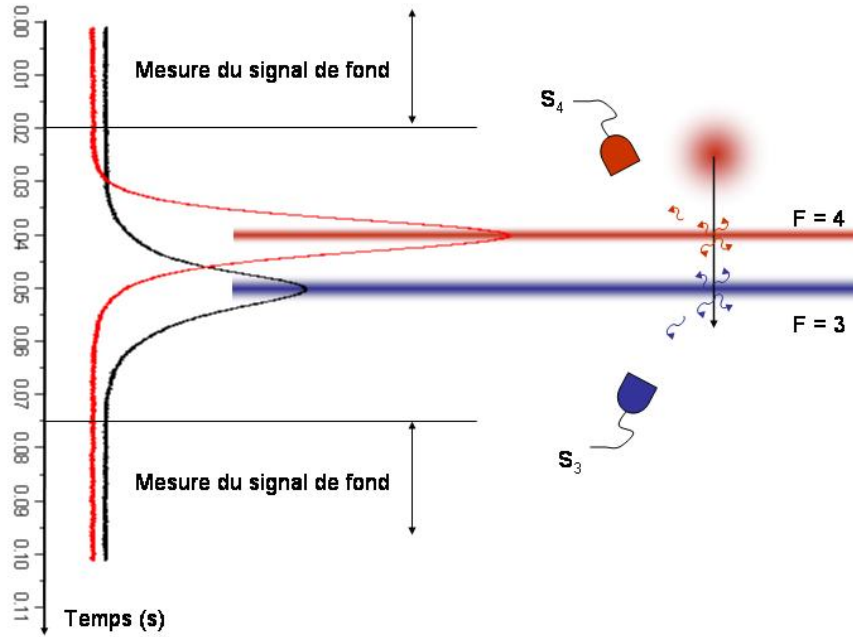


FIG. 3.24 : Temps de vol mesuré dans le cas d'une probabilité 50%.

tème de collection identique au premier. L'aire de ce temps de vol A_3 est alors proportionnel au nombre d'atomes N_3 dans l'état $|F = 3\rangle$ après l'interféromètre.

La figure 3.25 représente les temps de vol mesurés par chacune des voies de détection, lorsque tous les atomes sont dans $|F = 3\rangle$, c'est-à-dire pour une probabilité de transition nulle. On constate, que les temps de vol enregistrés sur chaque photodiode dépendent l'un de l'autre : la photodiode mesurant la fluorescence des atomes initialement dans le niveau $|F = 4\rangle$ capte une partie des photons émis dans la seconde zone de détection. Ceci explique le signal "croisé" observé sur la figure 3.25 au moment de la détection dans la seconde zone. De plus, une fraction des atomes initialement dans l'état $|F = 3\rangle$ peut être dépompée vers le niveau $|F = 4\rangle$ pendant son passage dans la sonde du haut et être abusivement observée dans le mauvais niveau hyperfin. C'est pourquoi des atomes sont détectés par la photodiode "haute" au moment du passage dans le premier faisceau de détection. Ces effets correspondent à une diaphonie de la photodiode basse sur la photodiode haute, un effet similaires existe de la photodiode haute vers la photodiode basse. Ces effets de diaphonie entre les voies de détection, ont été étalonnés et sont pris en compte dans le calcul du nombre d'atomes sur chacune des voies de détection.

Par ailleurs, si les atomes initialement dans l'état $|F = 4\rangle$ sont mal poussés ou si ils sont dépompés pendant cette phase de la détection, il apparaît un défaut de normalisation

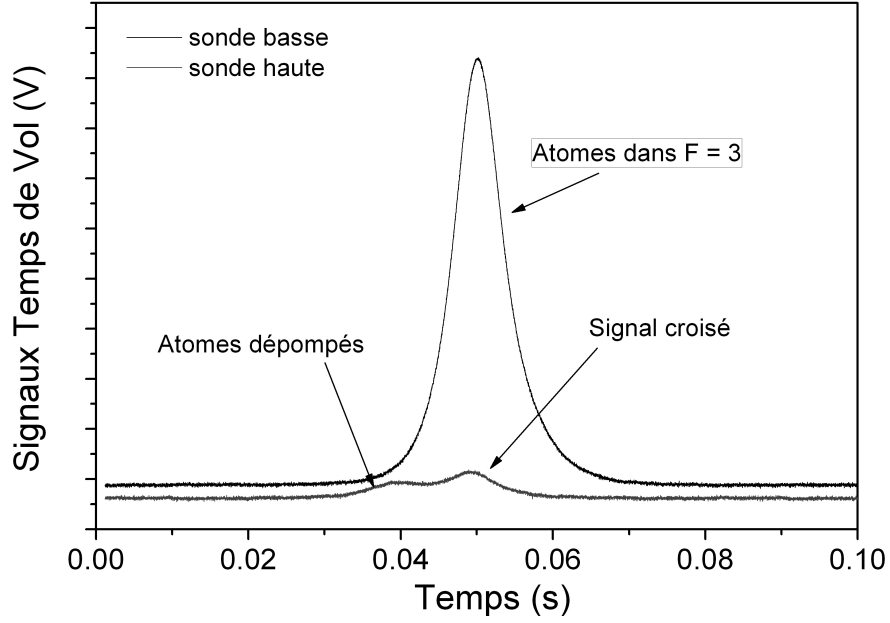


FIG. 3.25 : *Signal de temps de vol mesuré lorsque la probabilité de transition est nulle, c'est-à-dire que tous les atomes sont dans le niveau $F = 3$ et donc détectés par la photodiode basse (trace en noire). La trace en gris correspond au signal délivré par la photodiode haute, c'est-à-dire celle mesurant le nombre d'atomes dans le niveau $F = 4$.*

de la probabilité mesurée P . Un coefficient α est alors appliqué afin que la probabilité soit correctement normalisée. La probabilité mesurée est alors déduite des signaux intégrés A_3 et A_4 et du coefficient de normalisation α :

$$P = \frac{N_4}{N_4 + N_3} = \frac{\alpha A_4}{\alpha A_4 + A_3} \quad (3.21)$$

Les quantités N_4 et N_3 représentent un nombre proportionnel au nombre d'atomes. Pour remonter au nombre d'atomes "vrai", il est nécessaire de connaître précisément l'efficacité de collection du système de détection, ce qui est difficile notamment en raison de l'incertitude sur la position des sources atomiques au niveau du système de détection. Cependant, les mesures de déphasage interférométrique étant évaluées à partir de la probabilité P , elle ne nécessite pas la connaissance absolue du nombre d'atomes. Par conséquent, nous exprimerons le nombre d'atomes dans la suite de ce manuscrit en unité arbitraire. Avec cette unité arbitraire, le nombre d'atomes typique dans l'expérience vaut 7000. Une mesure du nombre d'atomes par absorption a permis d'étalonner approximativement les détections [Canuel 2007]. Il en résulte que le nombre d'atomes typique de 7000 exprimé dans les unités arbitraires correspond

à environ 5.10^5 atomes. Nous verrons par la suite une méthode plus précise pour déterminer le nombre d'atomes.

3.4.2 Caractérisation de la détection

Le déphasage interférométrique est déduit de la mesure des populations dans chacun des états de sortie de l'interféromètre. Dans cette partie, nous allons étudier l'impact du bruit de détection sur le rapport signal à bruit (RSB) de la mesure de phase d'un cycle à l'autre. Le signal de sortie est modélisé avec une formule d'interférence à deux ondes (équation 2.30) :

$$P = \frac{1}{2}(A + C \cos \Delta\Phi) \quad (3.22)$$

où C est le contraste de l'interféromètre et A le décalage. Les fluctuations de probabilité de transition s'exprime en fonction de celles du nombre d'atomes détectés dans chaque voie par la relation :

$$\delta P = \frac{\sigma_{N_4}(1 - P) - \sigma_{N_3}P}{N_{det}} \quad (3.23)$$

Dans cette section, nous étudions dans un premier temps le bruit lié aux fluctuations quantiques inhérentes à toute mesure en mécanique quantique. Ensuite, nous évaluons le bruit induit par les problèmes techniques. Enfin, nous abordons l'effet induit par les fluctuations de normalisation.

Bruit de projection quantique

Après l'interféromètre, l'atome dans l'état $|\Psi(t)\rangle$ est une superposition des deux niveaux hyperfins de l'état fondamental :

$$|\Psi(t)\rangle = a|F = 4\rangle + b|F = 3\rangle \quad (3.24)$$

La mesure d'un atome dans la sonde correspond à l'opérateur projection $\Pi_4 = |F = 4\rangle\langle F = 4|$ dont les valeurs propres sont 1 et 0 (présence ou non d'un atome dans $|F = 4\rangle$) avec respectivement les probabilités $P = |a|^2$ et $1 - P = |b|^2$. La valeur moyenne P de la mesure est alors donnée avec une variance σ_P^2 :

$$\sigma_P^2 = \langle \Pi_4^2 \rangle - \langle \Pi_4 \rangle^2 = \langle \Pi_4 \rangle - \langle \Pi_4 \rangle^2 = P - P^2 = P(1 - P) \quad (3.25)$$

Dans notre cas, nous supposons que les N_{det} atomes détectés réalisent des mesures indépendantes. Par conséquent, le nombre moyen d'atomes dans l'état $|4\rangle$ est $\langle N_4 \rangle = N_{det}P$ et la variance du nombre moyen d'atomes est :

$$\sigma_{N_4}^2 = N_{det}P(1 - P) \quad (3.26)$$

Le bruit quantique associé à la mesure de P (équation 3.23) est $\sigma_P = \sqrt{\frac{P(1-P)}{N_{det}}}$. L'erreur faite sur l'évaluation du déphasage interférométrique est déduite de l'équation 3.22 :

$$\sigma_{\Delta\Phi} = \sigma_P \frac{\partial\Phi}{\partial P} = \sqrt{\frac{P(1-P)}{N_{det}}} \frac{2}{C \sin \Delta\Phi} \quad (3.27)$$

$\sigma_{\Delta\Phi}$ est minimum lorsque la mesure de la phase est réalisée à mi-frange, $\Delta\Phi = \pi/2$. L'écart type des fluctuations de déphasage interférométrique vaut alors :

$$\sigma_{\Delta\Phi} = \frac{1}{C\sqrt{N_{det}}} \quad (3.28)$$

Ces fluctuations quantiques de la mesure des populations moyennes sont appelées dans [Itano 1993] *Bruit de projection quantique*. Dans notre expérience le nombre d'atomes est estimé à $5 \cdot 10^5$ et le contraste typique des franges d'interférence vaut 0,28. Le bruit de projection quantique induit un bruit de phase de 5 mrad, ce qui correspond à un rapport signal à bruit de 200 par interféromètre.

Bruit technique de détection

Les fluctuations de probabilité δP (équation 3.23) s'annulent pour des bruits parfaitement corrélés entre les deux voies de détection (δN_3 et δN_4) lorsque la probabilité vaut 1/2. La méthode de normalisation pour calculer la probabilité permet donc de rejeter les fluctuations du nombre d'atomes, les dérives lentes en fréquence et en intensité du laser sonde. Néanmoins, les bruits décorrélés s'ajoutent quadratiquement.

$$\sigma_P = \sqrt{\sigma_{N_4}^2 \left(\frac{\partial P}{\partial N_4} \right)^2 + \sigma_{N_3}^2 \left(\frac{\partial P}{\partial N_3} \right)^2} = \sqrt{\sigma_{N_4}^2 \frac{(1-P)^2}{N_{det}^2} + \sigma_{N_3}^2 \frac{P^2}{N_{det}^2}} \quad (3.29)$$

Pour une probabilité 1/2, l'écart type des fluctuations de probabilité décroît en $1/N_{det}$, son expression est donnée en fonction des écarts types sur chaque voie de détection σ_{N_4} et σ_{N_3} par :

$$\sigma_P = \frac{\sqrt{\sigma_{N4}^2 + \sigma_{N3}^2}}{2N_{det}} \quad (3.30)$$

Ces bruits décorrélés, et indépendant du nombre d'atomes, sont dus aux fluctuations du signal de fond, entre les deux voies de détection. Ils sont évalués en faisant la statistique des signaux de **détection sans atomes froids**. On distingue plusieurs contributions :

- **Bruit lié à l'électronique d'acquisition (photodiode et amplificateur)-**
- **Bruit dû à la lumière parasite de la sonde -**
- **Bruit de photon du jet thermique-** (fluorescence provenant de la vapeur résiduelle dans l'enceinte à vide.)

Le bruit technique sur chacune des voies de détection σ_{N4} et σ_{N3} est estimé avec la variance d'Allan sur un coup. Le bruit mesuré pour chacune des voies de détection, **en unité arbitraire** vaut $\sigma_{N4} = 2,4$ et $\sigma_{N3} = 3,77$, nous en déduisons avec la formule 3.30 l'impact sur le bruit de probabilité.

$$\sigma_P = \frac{2,2}{N_{det}} \quad (3.31)$$

Le nombre d'atomes typique dans notre expérience est de l'ordre de 7000 dans la même unité arbitraire, ce qui implique un bruit technique de détection de l'ordre de $\sigma_P \sim 3.10^{-4}$, soit un bruit de phase de l'ordre de 1 mrad.

Bruit du laser de détection et de normalisation

Le bruit de fréquence et d'intensité du laser sonde se traduit par une fluctuation du nombre de photons diffusés par émission spontanée lors du passage des atomes froids dans les sondes. Le bruit sur le nombre de photons diffusés est proportionnel au nombre d'atomes détectés sur chacune des voies. Par conséquent, les fluctuations de probabilité mesurées associées aux bruits du laser sonde sont indépendantes du nombre d'atomes. Une étude quantitative de l'impact du bruit dû au laser sonde est détaillé dans [Bize 2001].

Une autre source de bruit de probabilité indépendante du nombre d'atomes est lié aux fluctuations du facteur de normalisation, α , induit par les fluctuations de fréquence et de puissance des lasers sonde et repompeur. L'écart type des fluctuations de probabilité mesurées s'écrivent alors :

$$\sigma_P = \sigma_\alpha \frac{\partial P}{\partial \alpha} = \sigma_\alpha \frac{P(1-P)}{2\alpha P(1-P) + P^2\alpha^2 + (1-P)^2} \quad (3.32)$$

où α est le coefficient de normalisation défini dans l'expression 3.21

Lorsque la probabilité moyenne vaut $\frac{1}{2}$ l'écart type des fluctuations de probabilité mesurées vaut :

$$\sigma_P = \frac{\sigma_\alpha}{4(\frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2})^2} \quad (3.33)$$

L'évolution de σ_α en fonction des paramètres de la détection n'est pas triviale à déterminer. Pour diminuer le plus possible ce bruit, nous avons optimisé les fréquences des lasers sondes en les désaccordant légèrement sur le bleu de la transition. De plus, nous avons trouvé un compromis sur la puissance du laser repompeur entre l'efficacité de repompage des atomes au niveau du faisceau repompeur et l'effet de repompage non souhaité dans la détection haute.

Caractérisation expérimentale

Pour mesurer le bruit dû à la détection des atomes nous utilisons une impulsion laser Raman telle que la probabilité moyenne de transition soit $P = 0,5$. De plus, pour s'affranchir des fluctuations de probabilité dues à l'interrogation laser, nous utilisons une impulsion π , insensible au premier ordre aux fluctuations de fréquence et d'intensité des lasers Raman. En pratique, pour réaliser une impulsion π avec une probabilité de transition $P = 0,5$, la puissance des lasers Raman $\propto \Omega_{Rabi}$ est volontairement diminuée afin que la durée de l'impulsion Raman $\tau = \pi/\Omega_{Rabi}$ limite la probabilité moyenne de transfert à $P_\pi = 0,5$ du fait de la sélectivité en vitesse des transitions Raman.

Le bruit de détection est alors évalué en fonction du nombre d'atomes détectés en faisant l'analyse statistique sur un échantillon de mesure de probabilité P_π . Le nombre d'atomes est modifié en faisant varier le temps de chargement des pièges magnéto-optiques. Chaque point sur la figure 3.26 correspond à la variance d'Allan sur un coup, calculée pour chacun des échantillons $P_\pi(N)$.

Les points en noir et en gris correspondent respectivement à chacune des deux sources d'atomes froids. Nous avons ajusté les points expérimentaux avec l'équation :

$$\sigma_P^2 = a + \frac{b}{N} + \frac{c}{N^2} \quad (3.34)$$

Les coefficients de l'ajustement permettent d'évaluer les contributions des différents bruits de détection :

Type de bruit	Mesures
Laser et normalisation	$\sqrt{a} = 4.10^{-4}$
Projection quantique	$\sqrt{b} = 7.10^{-2}$
Technique	$\sqrt{c} = 1,6$

Ces mesures sont en accord avec les estimations que nous avons réalisée indépendamment. En effet, le bruit technique de détection estimé en mesurant le bruit sans atomes froids est

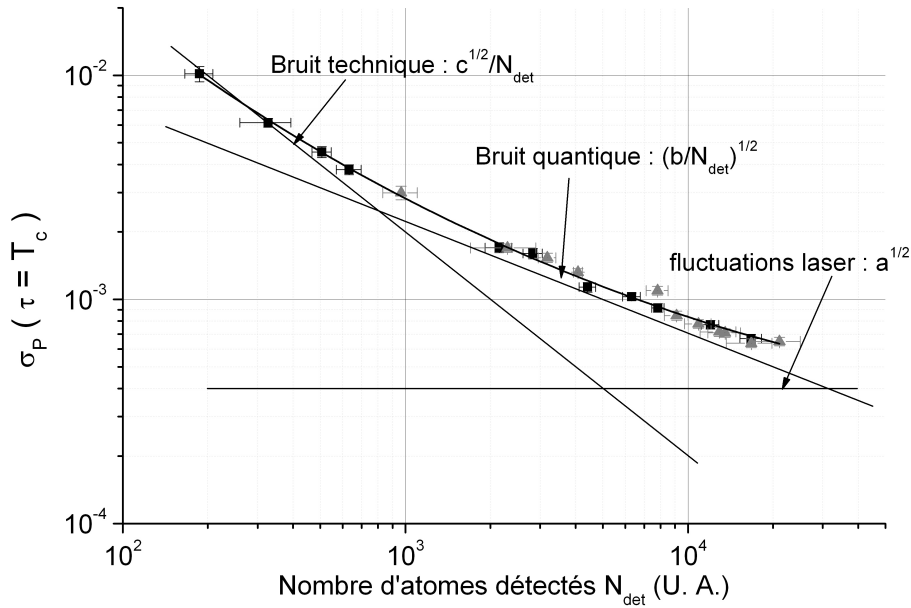


FIG. 3.26 : *Ecart type des fluctuations de probabilité de transition mesurées en fonction du nombre d'atomes détectés exprimés en unité arbitraire. Les points noirs correspondent aux mesures réalisées avec la source A et les gris avec la source B.*

évalué à $\frac{2,2}{N_{det}}$, soit un écart de l'ordre de 18 % avec la valeur du paramètre \sqrt{c} évaluée avec l'ajustement de σ_P .

De plus avec les paramètres habituels de l'expérience le nombre d'atomes détectés correspond à $N_{arb.} = 7000$ en unité arbitraire. L'évaluation du bruit de projection quantique permet de déduire le nombre d'atomes détectés en fonction du nombre d'atomes en unité arbitraire :

$$N = \frac{N_{arb.}}{4b} = 3,5 \cdot 10^5 \quad (3.35)$$

On retrouve, de manière plus exacte, la valeur du nombre d'atomes déterminée indépendamment par des mesures d'absorption.

Pour ce nombre d'atomes, le bruit de détection est limité par le bruit de projection quantique. Par ailleurs, avec un contraste de $C = 30\%$, le bruit de projection quantique limite la sensibilité sur un coup à 5,5 mrad (équation 3.28) soit $3,5 \cdot 10^{-7} \text{ rad.s}^{-1}$ pour les mesures de vitesses de rotation. Ce bruit ramené à 1 seconde vaut $2,5 \cdot 10^{-7} \text{ rad.s}^{-1}$.

Chapitre 4

Exactitude de l'interféromètre atomique

ON s'intéresse dans ce chapitre à l'exactitude des mesures de rotation et d'accélération. Dans un premier temps, nous réalisons une comparaison des interférogrammes mesurés avec les résultats d'une simulation numérique pour déterminer les limites du contraste des franges d'interférence. Ensuite, nous présentons une étude des déphasages de rotation et d'accélération mesurés avec l'interféromètre atomique, en modifiant l'orientation de l'interféromètre. Ces mesures nous ont permis de déterminer le biais sur les mesures de rotation et de vérifier les expressions du facteur d'échelle calculé au chapitre 2. Enfin, l'origine des biais sur les mesures est étudiée. Nous nous sommes concentrés, en particulier, sur les déphasages induits par les gradients de champs magnétique, les déplacements lumineux et les déformations de fronts d'onde laser.

4.1 Franges d'interférence atomique

4.1.1 Séquence expérimentale

La probabilité de transition mesurée en sortie de l'interféromètre oscille en fonction du déphasage accumulé entre les deux bras de l'interféromètre. Pour observer ces franges d'interférence atomique, nous profitons de la sensibilité à la phase effective des lasers Raman (équation 2.31, page 39). En effet, en incrémentant, d'un cycle à l'autre, la phase effective des lasers Raman au moment de la troisième impulsion laser, il est possible de faire défiler le déphasage mesuré en sortie de l'interféromètre, $\Delta\Phi_i = \phi_1 - 2\phi_2 + (\phi_3 + \delta\varphi_i)$ ce qui permet de mesurer les franges d'interférence atomique. En pratique, le saut de phase $\delta\varphi_i$ est réalisé sur le signal de référence micro-onde de l'asservissement en phase des lasers, grâce au synthétiseur radio-fréquence (DDS1 sur la figure 3.15) inclus dans la chaîne de fréquence.

La figure 4.1 montre la probabilité de transition mesurée pour chacune des sources atomiques en fonction de la valeur du saut de phase laser introduit entre deux impulsions Raman. Cette courbe est réalisée avec les paramètres habituels de l'expérience, c'est-à-dire pour une durée totale de l'interféromètre de $2T = 80$ ms et des impulsions Raman dont la durée vaut $\tau = 13$ μ s. L'ajustement des probabilités mesurées avec une fonction sinusoïdale $P = \frac{1}{2}(A + C \cos \Delta\Phi)$, permet de déterminer les contrastes C des franges atomiques obtenues pour les deux interféromètres. Pour la source A le contraste est de 32 % et de 28 % pour la source B .

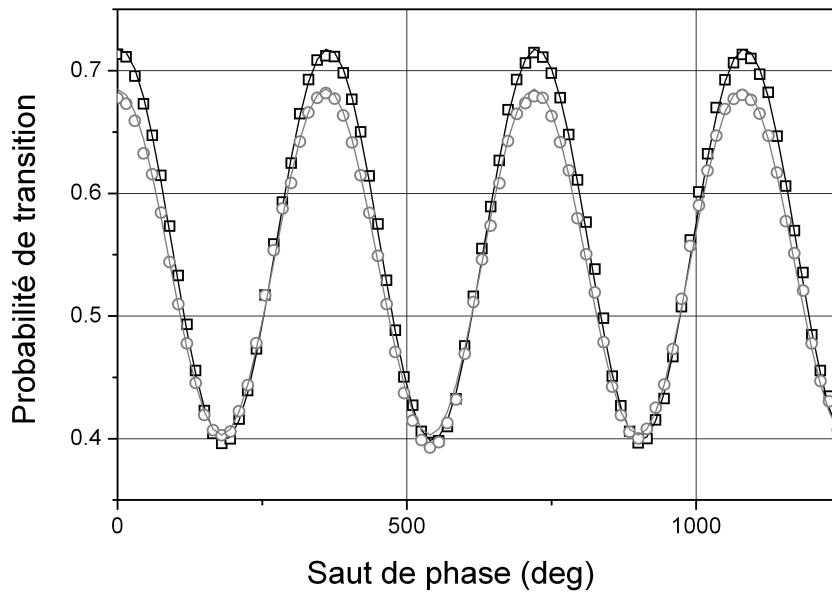


FIG. 4.1 : *Franges d'interférence atomique obtenues pour les deux interféromètres A et B avec un temps d'interaction de $2T = 80$ ms et des impulsions Raman de 13 μ s. Pour faire défiler les franges d'interférence atomique, on incrémente la phase des lasers (en abscisse sur le graphe) d'un cycle de mesure à l'autre.*

Calcul du contraste des franges

La valeur du contraste des franges est un paramètre important de l'expérience puisqu'il intervient dans le bruit de projection quantique qui limite la sensibilité des mesures de rotation de notre expérience (cf. section 5.3.1 page 151). Nous allons montrer que l'efficacité des transitions Raman permet d'expliquer la valeur du contraste des franges mesurées.

Il existe essentiellement deux phénomènes qui limitent l'efficacité des transitions Raman. D'une part la sélectivité en vitesse, pour des impulsions de 13 μ s la sélectivité en vitesse des

transitions Raman est de l'ordre de $0,8 V_{\text{rec}}$, à comparer à la dispersion en vitesse de l'ordre de $2,5 V_{\text{rec}}$ des sources d'atomes. D'autre part, l'expansion balistique du nuage d'atomes implique une dispersion en position du nuage d'atomes (dont le rayon à mi-hauteur vaut environ 0,5 mm au moment des impulsions laser) qui se traduit par une pulsation de Rabi non homogène pour l'ensemble des atomes dans profil d'intensité gaussien du faisceaux laser.

Ces effets sont liés à la température du nuage atomique et à sa trajectoire dans le profil d'intensité gaussien du faisceaux Raman. Pour tenir compte de ces paramètres expérimentaux, nous présentons maintenant une simulation numérique du contraste, afin de déterminer précisément quel est l'impact des transitions Raman sur la valeur du contraste afin d'optimiser les paramètres expérimentaux.

Nous calculons pour cela, la probabilité P_n qu'un atome soit détecté dans l'état de sortie $F = 4$ (avec l'état initial dans $F=3$) (l'indice n repère un atome pris dans la distribution statistique du nuage d'atomes froids). Nous savons que cette probabilité dépend de la phase, de l'intensité et du désaccord des faisceaux Raman aux moments des trois impulsions lasers. L'intensité laser, vue par l'atome, dépend de sa trajectoire dans le profil gaussien du laser et donc de sa position et de sa vitesse initiale. De plus, le désaccord Raman dépend de la vitesse de l'atome dans la direction des faisceaux Raman via l'effet Doppler.

Pour calculer la probabilité $P_n(\vec{r}, \vec{v})$ d'un atome dont la classe de vitesse est comprise entre $[\vec{v}, \vec{v} + d\vec{v}]$ et dont la position initiale appartient à $[\vec{r}, \vec{r} + d\vec{r}]$, nous associons à chaque impulsion laser i des coefficients complexes de transmission et de réflexion (r_i, t_i) donnés par les équations 2.19 (page 33). Dans ces équations le désaccord dépend de la vitesse $\delta = -k_{\text{eff}}v_z$ et la fréquence de Rabi effective Ω_{eff} dépend des positions $x(t_i)$ et $y(t_i)$ de l'atome dans le profil gaussien du laser au moment de l'impulsion laser.

En considérant uniquement les deux chemins qui se recombinent en sortie de l'interféromètre (cf. figure 4.2), la projection de la fonction d'onde sur l'état interne détecté est obtenue en fonction des coefficients r_i et t_i :

$$a(2T) = r_1 r_2 t_3 + t_1 r_2 r_3 \quad (4.1)$$

En notant $r_i = R_i e^{i\Phi_{ri}}$ et $t_i = T_i e^{i\Phi_{ti}}$, et en posant $\Delta\Phi$ le déphasage total accumulé entre les deux bras de l'interféromètre. La probabilité de transition $P_n(r_i, v_i)$ est donnée par :

$$P_n(r_i, v_i) = |a(2T)|^2 = (R_1 R_2 T_3)^2 + (T_1 R_2 R_3)^2 + R_1 R_2 T_3 T_1 R_2 R_3 \cos(\Delta\Phi) \quad (4.2)$$

En sortie de l'interféromètre, le signal de détection, correspond à la moyenne des probabilités de transition prise sur l'ensemble du nuage atomique : $P = \langle P_n \rangle$. Pour calculer P , nous effectuons une simulation Monte-Carlo, où les vitesses initiales sont tirées aléatoirement dans

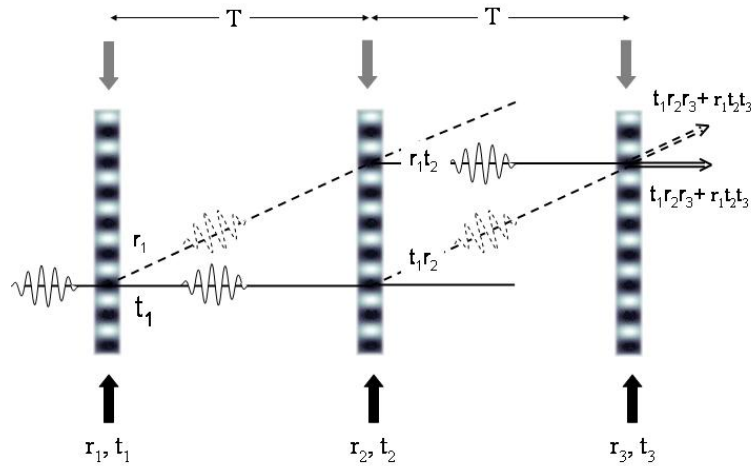


FIG. 4.2 : Les amplitudes complexes de transition $\pi/2 - \pi - \pi/2$ sont notées r_i et t_i . En sortie de l'interféromètre, seuls les états qui se superposent interfèrent et contribuent au signal.

la distribution de vitesse, déterminée expérimentalement à partir de mesures de temps de vol. Ces temps de vol expérimentaux révèlent que les atomes suivent une distribution de vitesse gaussienne de demi-largeur à mi-hauteur de $2,5 V_{\text{rec}}$ ($1,2 \mu\text{K}$) pour la source A et $2,8 V_{\text{rec}}$ ($1,5 \mu\text{K}$) pour la source B. Le calcul est effectué pour les paramètres habituels de l'expérience, c'est à dire pour un faisceau Raman dont le waist (rayon à $1/e^2$ du faisceau gaussien) vaut 20 mm et pour des impulsions lasers de $\tau = 13 \mu\text{s}$.

Afin d'illustrer séparément les deux effets qui limitent le contraste, on a représenté sur la figure 4.3 l'évolution du contraste en fonction de la température, dans le cas où la sélection en vitesse est nulle (courbe en noire) et dans le cas où on ne tient compte que de la sélectivité en vitesse (courbe grise). La première courbe, en noir, est obtenue en imposant $k_{\text{eff}} = 0$; ainsi seule la dispersion en position est responsable de la chute de contraste. Lorsque la température augmente (la dispersion en position du nuage augmente au moment de chacune des impulsions) l'efficacité des transitions Raman diminue et donc le contraste baisse. Sur la courbe grise, on a représenté le contraste en fonction de la température lorsque le profil d'intensité du faisceau Raman est constant. Dans ce cas, la dispersion en position des atomes dans le profil d'intensité ne joue aucun rôle, par contre la dispersion en vitesse dans la direction des faisceaux Raman limite l'efficacité des transitions Raman à cause de la sélectivité en vitesse de ces dernières. La température habituelle des sources atomiques ($1,2 \mu\text{K}$) dans l'expérience est représentée par des pointillés sur la figure. Il n'est pas possible de diminuer la tempéra-

ture des sources d'atomes avec les techniques de refroidissement employées [Canuel 2007]. Pour améliorer le contraste des franges, le paramètre expérimental le plus facile d'accès est la puissance des faisceaux lasers, en l'augmentant, on diminue l'effet de sélectivité en vitesse.

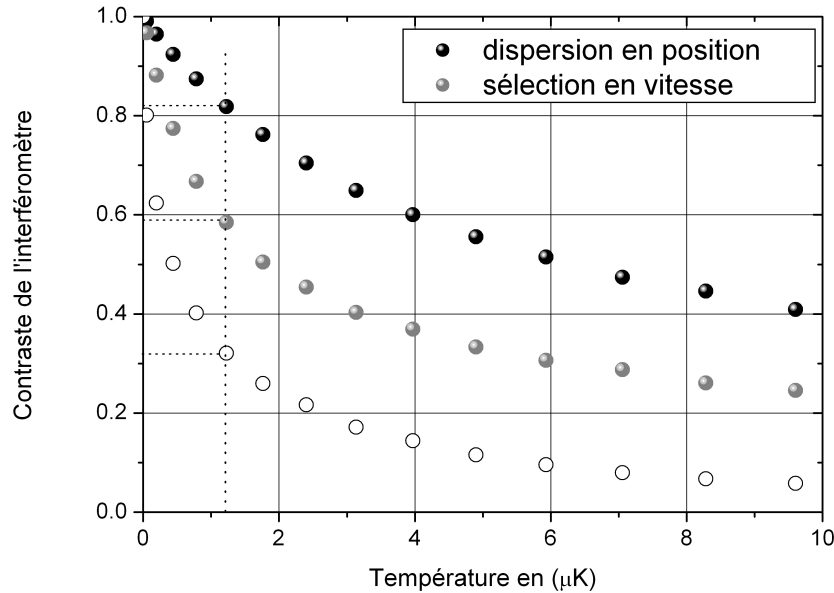


FIG. 4.3 : Evolution de la valeur du contraste calculée en fonction de la température des sources atomiques, dans le cas où le contraste n'est limité que par les effets de dispersion en position des atomes dans le profil gaussien du laser (points noirs) et dans le cas où le contraste n'est limité que par la sélection en vitesse des impulsions Raman (points gris). Le contraste limité à la fois par la dispersion en position et par la sélectivité en vitesse est représenté par des cercles blancs.

On représente sur la figure 4.4 l'évolution du contraste lorsqu'on augmente la puissance des faisceaux Raman avec les paramètres habituels de température et de waist. La puissance disponible avec notre système de lasers Raman correspond à une durée d'impulsion π de 13 μ s, soit une fréquence de Rabi de 38 kHz. Le contraste calculé vaut alors 33% pour la source A et 30% pour la source B, en excellent accord avec les contrastes mesurés (32% et 28%).

Le gain de puissance, obtenu grâce au nouveau système de lasers Raman, nous a permis de raccourcir la durée des impulsions Raman et donc de diminuer l'effet de sélection en vitesse, permettant d'améliorer sensiblement les valeurs de contraste publiées dans [Canuel 2007]. Comme on peut le voir sur la figure 4.4 on gagnerait à augmenter encore la puissance laser. Cependant pour augmenter le contraste d'un facteur 2, il faut augmenter la puissance laser

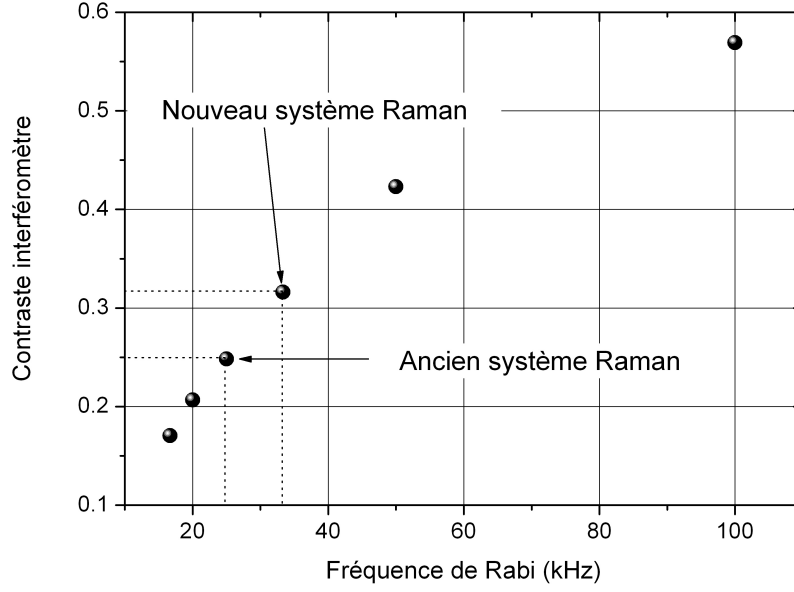


FIG. 4.4 : Le contraste des franges est calculé en fonction de la puissance des lasers Raman. La simulation utilise la température habituelle de l'expérience : $1,2 \mu\text{K}$. Cette simulation reproduit bien les résultats expérimentaux obtenus avec l'ancien et le nouveau système de lasers Raman.

d'un facteur 3, ce qui semble difficile avec les technologies employées (diodes lasers, amplificateur optique à semi-conducteur).

4.2 Déphasage inertiel

Comme nous l'avons vu au chapitre 2, les probabilités mesurées pour chacun des deux interféromètres A et B s'écrivent :

$$\begin{aligned} P_A &= \vartheta_A + C_A \cos(\Delta\Phi_{\text{rot}} + \Delta\Phi_{\text{acc}} + \Delta\Phi_{\text{las}} + \Delta\Phi_{\text{biaisA}}) \\ P_B &= \vartheta_B + C_B \cos(-\Delta\Phi_{\text{rot}} + \Delta\Phi_{\text{acc}} + \Delta\Phi_{\text{las}} + \Delta\Phi_{\text{biaisB}}) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Pour réaliser des mesures de rotation et d'accélération, nous devons d'une part connaître précisément le *facteur d'échelle* qui relie les quantités physiques mesurées, dans notre cas la rotation et l'accélération, aux déphasages mesurés $\Delta\Phi_{\text{rot}}$ et $\Delta\Phi_{\text{acc}}$. D'autre part, il faut évaluer les déphasages parasites $\Delta\Phi_{\text{biais}}$ sur chacun des interféromètres.

Dans le cas où les faisceaux Raman sont dirigés verticalement, l'aire interférométrique créée est dans le plan vertical ($O, \vec{v}, \vec{k}_{\text{eff}}$). Le déphasage mesuré en sortie de l'interféromètre

est alors sensible à la rotation portée par l'axe horizontal $\vec{\Omega}_h$ et à l'accélération de gravité \vec{g} . Les déphasages inertiels mesurés sont donc :

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_{acc} &= k_{\text{eff}}gT^2 \\ \Delta\Phi_{rot} &= -2k_{\text{eff}}v_l\Omega_hT^2\end{aligned}\tag{4.4}$$

où v_l est la composante horizontale de la vitesse atomique moyenne.

De plus, l'angle entre la direction Est-Ouest et la normale à l'aire interférométrique est notée θ (figure 4.5). L'expérience est réalisée à l'Observatoire de Paris, situé à la latitude $\lambda = 48^\circ 50' 08''$. La vitesse de rotation mesurée avec notre dispositif est donc donnée par :

$$\Omega_h = |\Omega_T| \sin \lambda \sin \theta = 4,800.10^{-5} \sin \theta \text{ rad.s}^{-1}\tag{4.5}$$

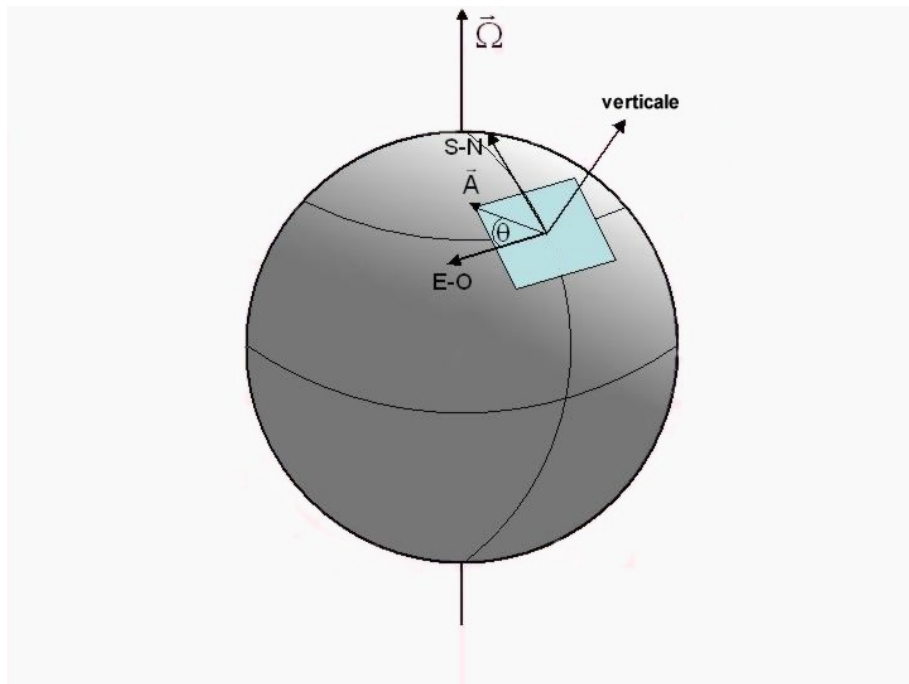


FIG. 4.5 : Schéma représentant l'orientation de l'aire orientée \vec{A} des interféromètres atomiques. Lorsque \vec{A} est orienté dans la direction Est-Ouest, la projection de la vitesse de rotation de la Terre est nulle.

4.2.1 Séquence expérimentale

Pour mesurer le déphasage des deux interféromètres, nous balayons les franges d'interférence en utilisant la sensibilité à la phase des lasers Raman. La probabilité mesurée en sortie de l'interféromètre est ajustée avec une équation du type $P = \vartheta + C \cos(\Delta\Phi + \Delta\Phi_{\text{laser}})$, où $\Delta\Phi$ est le déphasage que l'on cherche à déterminer et $\Delta\Phi_{\text{laser}}$ le saut de phase laser Raman effectué pour balayer les franges d'interférence. Pour les expériences présentées dans ce chapitre, les franges sont ajustées avec quatre points, réalisées pour $\Delta\Phi_{\text{laser}} = 0, +90, +180$ et 270° .

Par ailleurs, comme nous l'avons indiqué au chapitre 3, il est possible de réaliser l'interféromètre avec une paire de faisceau Raman diffractant l'onde atomique dans la direction $+k_{\text{eff}}$ ou $-k_{\text{eff}}$. Nous mesurons le déphasage $\Delta\Phi$ alternativement avec la paire de faisceau Raman $+k_{\text{eff}}$ et la paire de faisceau $-k_{\text{eff}}$. En pratique, pour renverser le signe de k_{eff} , nous changeons le signe de la rampe de fréquence utilisée pour compenser l'effet Doppler.

Les déphasages inertiels mesurés par les interféromètres A et B changent de signe avec $\pm k_{\text{eff}}$:

$$\begin{aligned}
 \Delta\Phi_A^+ &= \Delta\Phi_{\text{rot}} + \Delta\Phi_{\text{acc}} + \Delta\Phi_{\text{biaisA}}^{(0)} + \Delta\Phi_{\text{biaisA}}^{(k)} \\
 \Delta\Phi_A^- &= -\Delta\Phi_{\text{rot}} - \Delta\Phi_{\text{acc}} + \Delta\Phi_{\text{biaisA}}^{(0)} - \Delta\Phi_{\text{biaisA}}^{(k)} \\
 \Delta\Phi_B^+ &= -\Delta\Phi_{\text{rot}} + \Delta\Phi_{\text{acc}} + \Delta\Phi_{\text{biaisB}}^{(0)} + \Delta\Phi_{\text{biaisB}}^{(k)} \\
 \Delta\Phi_B^- &= \Delta\Phi_{\text{rot}} - \Delta\Phi_{\text{acc}} + \Delta\Phi_{\text{biaisB}}^{(0)} - \Delta\Phi_{\text{biaisB}}^{(k)}
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

où $\Delta\Phi_{\text{biais}}^{(0)}$ est un biais indépendant du vecteur d'onde effectif et $\Delta\Phi_{\text{biais}}^{(k)}$ un biais dont la valeur dépend de k_{eff} .

Par conséquent, en calculant la demi-différence des déphasages à $\pm k_{\text{eff}}$ il est possible de s'affranchir des biais indépendants du vecteur d'onde effectif $\Delta\Phi_{\text{biais}}^{(0)}$. Les déphasages déduits pour chacun des interféromètres A et B se mettent alors sous la forme :

$$\begin{aligned}
 \Delta\Phi_A &= \Delta\Phi_{\text{rot}} + \Delta\Phi_{\text{acc}} + \Delta\Phi_{\text{biaisA}}^{(k)} \\
 \Delta\Phi_B &= -\Delta\Phi_{\text{rot}} + \Delta\Phi_{\text{acc}} + \Delta\Phi_{\text{biaisB}}^{(k)}
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

Les mesures de la vitesse de rotation et de l'accélération correspondent alors respectivement à la demi-différence et à la demi-somme des déphasages des deux interféromètres :

$$\begin{aligned}\frac{\Delta\Phi_A - \Delta\Phi_B}{2} &= S_{\text{rot}} = \Delta\Phi_{\text{rot}} + \Delta\Phi_{\text{biaisA}}^{(k)} - \Delta\Phi_{\text{biaisB}}^{(k)} \\ \frac{\Delta\Phi_A + \Delta\Phi_B}{2} &= S_{\text{acc}} = \Delta\Phi_{\text{acc}} + \Delta\Phi_{\text{biaisA}}^{(k)} + \Delta\Phi_{\text{biaisB}}^{(k)}\end{aligned}\quad (4.8)$$

Ces mesures différentielles réalisées en renversant le signe de k_{eff} permettent d'éliminer les biais indépendants du vecteur d'onde. Nous étudierons la qualité de cette réjection dans la section 4.3.3.

En définitive, les signaux de rotation et d'accélération, mesurés avec notre expérience dans la configuration verticale, s'exprime en fonction des quantités mesurées Ω_h et g . Nous exprimons le signal de rotation S_{rot} et d'accélération S_{acc} sous la forme :

$$\begin{aligned}S_{\text{rot}} &= \left(K_{\text{rot}}^{(0)} + K_{\text{rot}}(t) \right) \Omega_h + \Delta\Phi_{\text{biais-rot}} + \Delta\Phi_{\text{biais-rot}}(t) \\ S_{\text{acc}} &= \left(K_{\text{acc}}^{(0)} + K_{\text{acc}}(t) \right) g + \Delta\Phi_{\text{biais-acc}} + \Delta\Phi_{\text{biais-acc}}(t)\end{aligned}\quad (4.9)$$

Pour réaliser une mesure exacte de rotation ou d'accélération, il faut connaître d'une part les facteurs d'échelle $K_{\text{rot/acc}}^{(0)}$ et d'autre part les biais de mesure $\Delta\Phi_{\text{biais-rot/acc}}$. Ces valeurs peuvent fluctuer au cours du temps ; cette instabilité peut être modélisée par une fluctuation du facteur d'échelle $K_{\text{rot/acc}}(t)$ et des biais de mesure $\Delta\Phi_{\text{biais-rot/acc}}(t)$. Dans ce chapitre, nous étudions les contributions indépendantes du temps, $K_{\text{rot/acc}}^{(0)}$ et $\Delta\Phi_{\text{biais-rot/acc}}$. Le chapitre 5 est consacré spécifiquement à l'étude de la stabilité des mesures de rotation et d'accélération.

4.2.2 Test des facteurs d'échelle

Signal de rotation

Nous voulons dans un premier temps vérifier le facteur d'échelle du signal de rotation. Il s'agit, entre autre, de vérifier que le déphasage de rotation est bien proportionnel à la vitesse de rotation. Pour cela, on change l'orientation θ de l'aire interférométrique afin de mesurer différentes projections de la vitesse de rotation horizontale de la Terre : $\Omega_h = 4,8 \cdot 10^{-5} \sin \theta \text{ rad.s}^{-1}$.

Pour cela l'ensemble du dispositif expérimental est placé sur une plateau tournant (figure 4.6), pouvant supporter le poids de l'expérience et qui en même temps permet de déterminer l'angle de rotation avec une exactitude, de $\pm 10 \mu\text{rad}$, suffisante pour nos expériences. Pour réaliser ces mesures, nous tournons cette plate-forme d'un angle θ_1 . Après cette opération, il est nécessaire de régler la verticalité de l'expérience. En effet, l'expérience est posée sur une plate-forme flottante, pour filtrer les vibrations, dont l'inclinaison dépend des contraintes

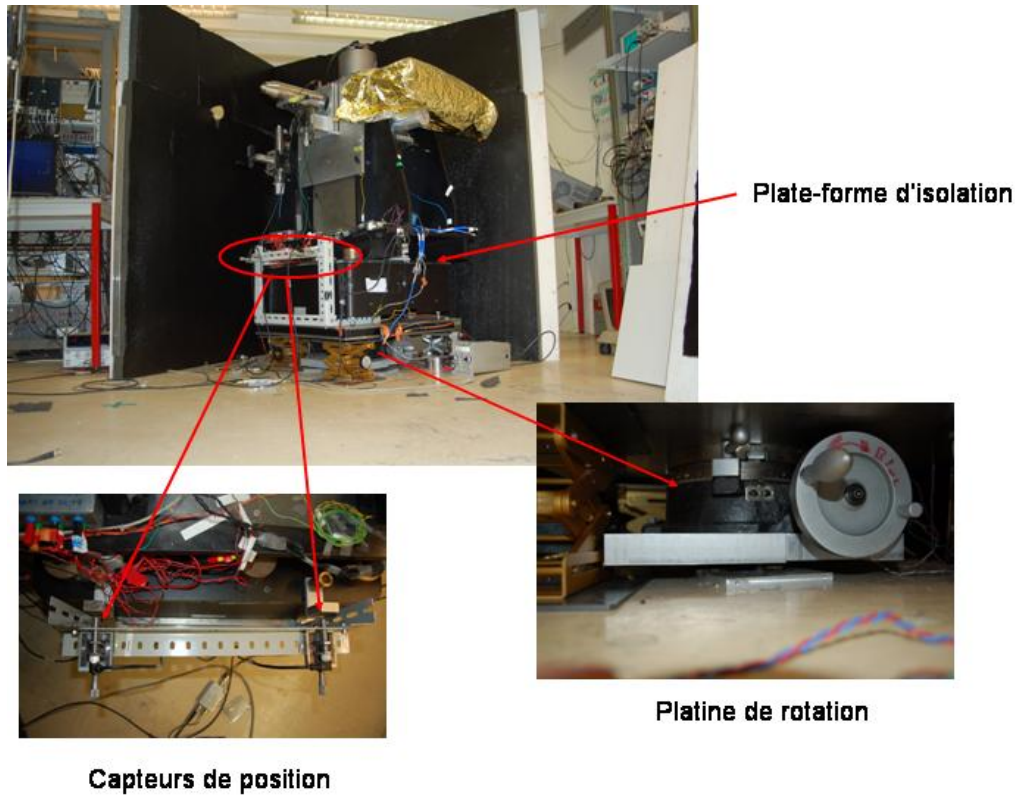


FIG. 4.6 : Photos de l'expérience. On distingue le plateau de rotation qui permet d'orienter l'aire du gyromètre, la plate-forme d'isolation des vibrations et les capteurs de position.

induites par les câbles et les fibres optiques reliés à l'expérience. La verticale est ajustée à l'aide d'un inclinomètre de grande précision (modèle Applied Geomechanics 701-2) en modifiant légèrement la répartition des masses placées sur la plate forme flottante. Enfin, nous mesurons l'angle θ_2 entre la plate forme anti-vibration et le plateau tournant avec deux capteurs de déplacement disposés aux extrêmités du plateau flottant (le dispositif de mesure ainsi que la stabilité de la mesure de l'angle est décrit dans le chapitre suivant à la page 159). L'incertitude sur l'angle θ_2 est estimée à $\pm 30 \mu\text{rad}$. Par conséquent, nous pouvons déterminer l'angle de rotation de l'expérience $\theta = \theta_1 + \theta_2$ à $\pm 40 \mu\text{rad}$.

Sur la figure 4.7 nous avons représenté la valeur du déphasage moyen de rotation pour différents angles θ . Le déphasage est exprimé en radian et tracé en fonction de l'angle θ en degré. Ces données expérimentales sont ajustées par une fonction sinusoïdale :

$$\Delta\Phi_{\text{mes}}^{\text{rot}} = \Delta\Phi_{\text{biais}} + A_{\text{rot}}^{(0)} \sin(\theta - \theta_0) \quad (4.10)$$

Les paramètres ajustables sont les valeurs du biais sur le déphasage de rotation $\Delta\Phi_{\text{biais}}$, la direction Nord-Sud θ_0 et l'amplitude $A_{\text{rot}}^{(0)} = K_{\text{rot}}^{(0)} / (\Omega_T \sin \lambda)$.

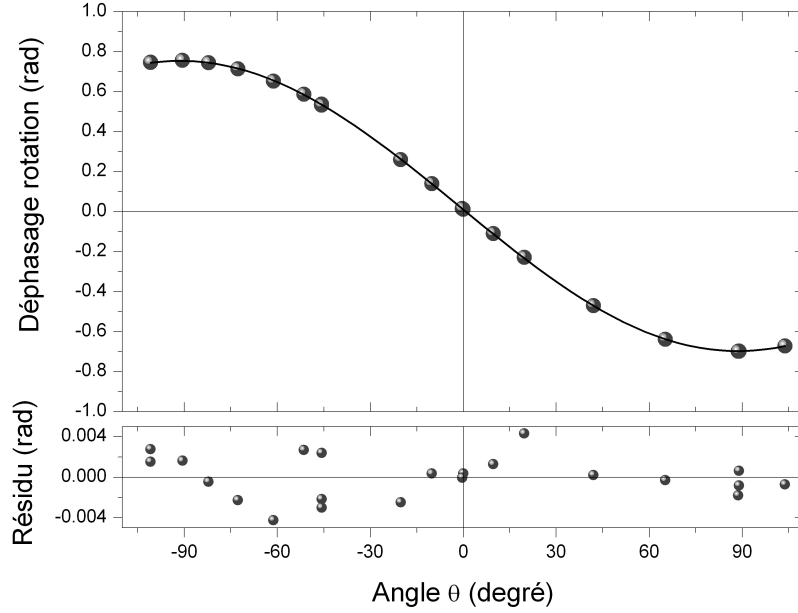


FIG. 4.7 : Mesure du déphasage sur le signal de rotation en fonction de l'orientation de la normale à l'aire de l'interféromètre (contenue dans le plan horizontal). Le graphe en-dessous représente le résidu de l'ajustement des mesures par une sinusoïde.

La valeur du biais sur la mesure de rotation extrait de cet ajustement vaut :

$$\Delta\Phi_{\text{biais}} = 28,3 \text{ mrad} \pm 0,7 \text{ mrad}$$

Par ailleurs, l'amplitude $A_{\text{rot}}^{(0)}$ permet de mesurer le facteur d'échelle du signal de rotation $K_{\text{rot}}^{(0)}$:

$$K_{\text{rot}}^{(0)} = 15124 \pm 12 \text{ rad/rad.s}^{-1} \quad (4.11)$$

La valeur attendue du facteur d'échelle du signal de rotation $K_{\text{rot}}^{\text{theo}}$ avec les paramètres de l'expérience - c'est à dire pour une vitesse longitudinale $v = 0,33 \text{ m.s}^{-1}$, une durée entre les impulsions laser $T = 0,04 \text{ s}$ et pour un vecteur d'onde effectif¹ $k_{\text{text}} = 1,474325 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$ - vaut :

$$K_{\text{rot}}^{\text{theo}} = -2k_{\text{eff}}vT^2 = 15568 \text{ rad/rad.s}^{-1} \quad (4.12)$$

¹Cette valeur du vecteur d'onde effectif $k_{\text{eff}} = k_1 + k_2$ est calculée en tenant compte du désaccord Δ par rapport à l'état excité intermédiaire.

L'écart relatif de 2,8% entre ces deux valeurs est probablement dû à une erreur sur l'estimation de la vitesse de lancement des atomes. L'utilisation d'atomes lent permet d'envisager une mesure directe de cette vitesse, avec des transitions Raman et donc de réduire cette incertitude. Cependant, nous ne disposons pas sur cette enceinte à vide d'accès optique pour réaliser cette mesure. Néanmoins, des mesures de ce type ont été réalisées avec des faisceaux dans la configuration horizontale [Canuel 2007], qui montre qu'il est possible de mesurer la vitesse moyenne des atomes avec une incertitude² de l'ordre de 60 ppm. Notons, qu'à partir de ce niveau d'exactitude, il est nécessaire de tenir compte des corrections liées à la durée τ des impulsions laser, dans l'expression 2.92 du facteur d'échelle.

Enfin, cette mesure permet d'évaluer la linéarité du signal de rotation, mesuré en fonction de la vitesse de rotation. Pour cela, on trace (figure 4.8) le déphasage de rotation mesuré, corrigé du biais $\Delta\Phi_{\text{biais}}$, en fonction de la vitesse de rotation horizontale.

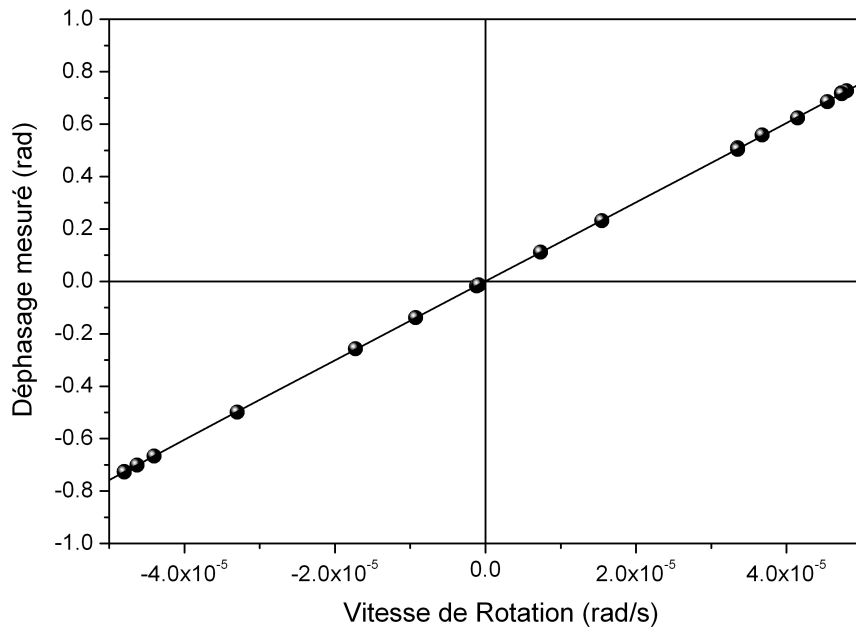


FIG. 4.8 : Déphasage de rotation mesuré, corrigé du biais, en fonction de la vitesse de rotation.

La linéarité du capteur est estimée en comparant les valeurs du facteur d'échelle déduites d'un ajustement linéaire des mesures et d'un ajustement par polynôme d'ordre 2 en Ω . Ces

²Ce chiffre correspond à la détermination du décalage Doppler avec une incertitude d'un dixième du profil de résonance, pour une impulsion Raman de $\tau = 50 \mu\text{s}$: $\sigma_V = \frac{1}{20k_{\text{eff}}\tau}$

deux ajustements, tracés sur la figure 4.8, sont parfaitement confondus compte tenu de la résolution de nos mesures. Le terme quadratique vaut $K_{rot}^{(2)} = 266600 \pm 535000 \text{ rad}/(\text{rad.s}^{-1})^2$, ce qui représente dans le pire des cas, dans la gamme des vitesses de rotation testées, une correction au facteur d'échelle inférieure à $\frac{K_{rot}}{K_{rot}^{(2)}\Omega_h} = 0.01\%$, ce terme n'est clairement pas résolu avec nos mesures. On estime donc la linéarité du gyromètre dans une gamme de mesure de $\pm 4,8 \cdot 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$ à 0.01% .

Signal d'accélération

Sur la figure 4.9 nous représentons le déphasage induit par l'accélération de pesanteur en fonction de l'orientation de l'interféromètre. Ce déphasage ne doit pas dépendre de l'angle θ , cependant, nous observons une légère dépendance du signal d'accélération que nous attribuons à un écart entre les vitesses longitudinales des deux sources atomiques. En effet, lorsque les deux vitesses ne sont pas parfaitement égales, le déphasage mesuré sur chacun des interféromètres se réécrit :

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_A &= -2k_{\text{eff}}vT^2\Omega_h + \Delta\Phi_{\text{acc}} + \Delta\Phi_{\text{biaisA}}^{(k)} \\ \Delta\Phi_B &= 2k_{\text{eff}}(v + \Delta v)T^2\Omega_h + \Delta\Phi_{\text{acc}} + \Delta\Phi_{\text{biaisB}}^{(k)}\end{aligned}\tag{4.13}$$

Le signal d'accélération, déterminé par la demi-somme des déphasages mesurés sur chacune des sources atomiques, est alors égal à :

$$\Delta\Phi_{\text{acc}} = k_{\text{eff}}\Delta vT^2\Omega_h + \Delta\Phi_{\text{acc}} + \frac{1}{2}(\Delta\Phi_{\text{biaisB}}^{(k)} + \Delta\Phi_{\text{biaisA}}^{(k)})\tag{4.14}$$

Il apparaît donc un déphasage résiduel proportionnel à la vitesse de rotation horizontale et à la différence de vitesse Δv . Pour évaluer Δv nous réalisons un ajustement des données expérimentales par la fonction :

$$S(\theta) = a + k_{\text{eff}}\Delta vT^2 \sin \theta\tag{4.15}$$

Cet ajustement indique que la différence de vitesse moyenne longitudinale entre les deux nuages atomiques est de l'ordre de $\Delta v = 10^{-2} \text{ m.s}^{-1}$, en accord avec le niveau d'exactitude des vitesses de lancement.

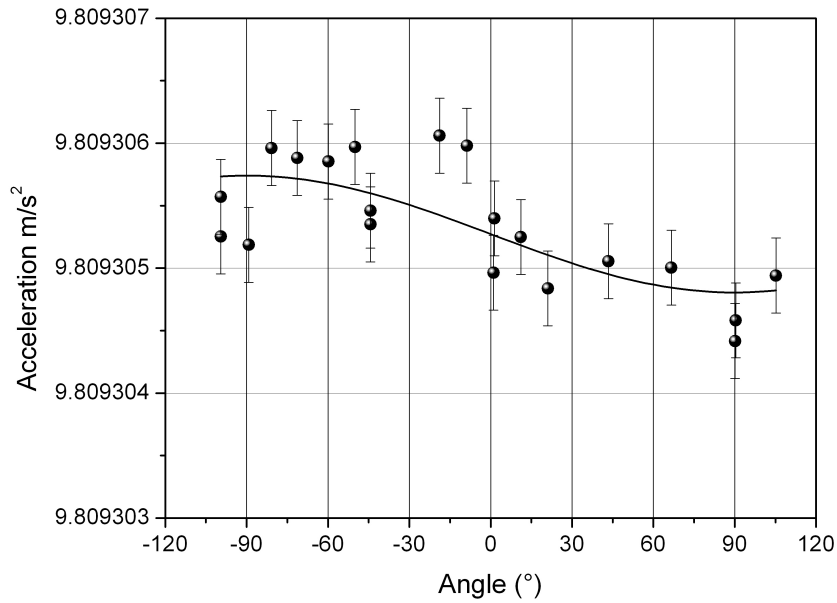


FIG. 4.9 : *Mesure du déphasage sur le signal d'accélération en fonction de l'orientation de la normale à l'aire de l'interféromètre.*

Conclusion

Nous avons démontré lors de cette étude que le déphasage dû à une vitesse de rotation est une fonction **linéaire** de la vitesse de rotation. De plus, nous avons mesuré le biais sur le signal de rotation $\Delta\Phi_{\text{biais}} = 28,3 \text{ mrad} \pm 0,7 \text{ mrad}$. Par ailleurs, cette étude nous a permis d'étalonner la plate-forme de rotation sur laquelle est posée l'expérience, c'est-à-dire de connaître, à 1,5 mrad près, la valeur de l'angle dont il faut tourner la platine de rotation pour aligner l'axe d'entrée du gyromètre avec la direction Nord-Sud.

4.2.3 Sensibilité à T^2

Cette section est dédiée à l'étude des déphasages de rotation et d'accélération en fonction de la durée de l'interféromètre : $2T$. Nous reportons sur les graphiques 4.10 les mesures du déphasage moyen de rotation et d'accélération pour différents temps d'interaction au carré T^2 . Ces mesures sont répétées pour deux orientations de l'aire interférométrique : $\theta \simeq +90^\circ, -90^\circ$.

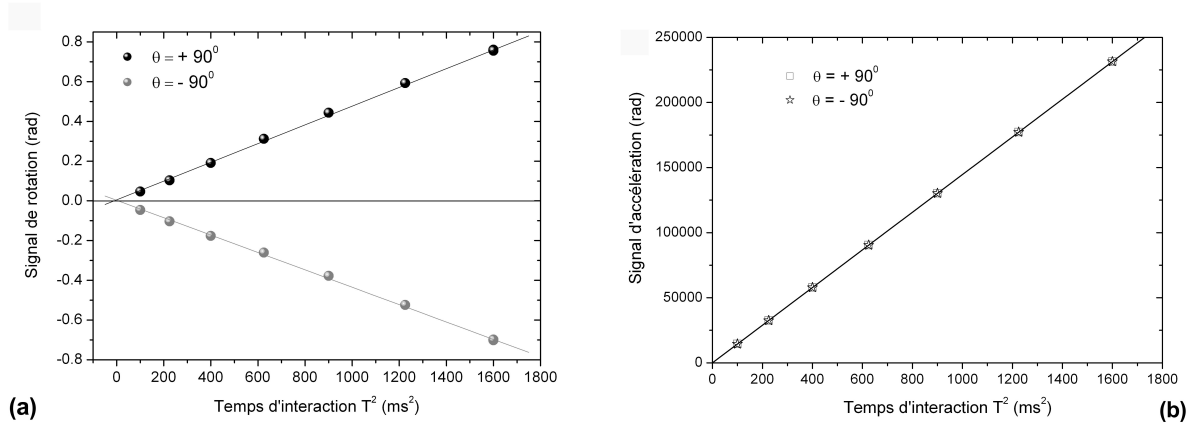


FIG. 4.10 : Mesure du déphasage sur le signal de rotation (a) et d'accélération (b) en fonction du temps d'interaction au carré T^2 pour deux orientations de l'aire de l'interféromètre : $\theta \simeq +90^\circ, -90^\circ$.

Signal de rotation

En pratique, les deux mesures à $\pm 90^\circ$ n'ont pas été réalisées exactement à $\pm 90^\circ$, mais les corrections dues aux écarts d'orientation ϵ^\pm n'induisent qu'une correction à l'ordre 2 sur le déphasage. De plus, ils peuvent être mesurés très précisément, ce qui permet de tester la validité de cette approximation :

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_{\text{rot}+90^\circ} &= \Phi_{\text{biais-rot}}(T) - 2k_{\text{eff}}v\Omega_h \sin\left(\frac{\pi}{2} + \epsilon^+\right) T^2 \simeq \Phi_{\text{biais-rot}}(T) - 2k_{\text{eff}}v\Omega_h T^2 \\ \Delta\Phi_{\text{rot}-90^\circ} &= \Phi_{\text{biais-rot}}(T) + 2k_{\text{eff}}v\Omega_h \sin\left(\frac{\pi}{2} + \epsilon^-\right) T^2 \simeq \Phi_{\text{biais-rot}}(T) + 2k_{\text{eff}}v\Omega_h T^2\end{aligned}\quad (4.16)$$

Les décalages par rapport à l'orientation visée $\theta \pm 90^\circ$ sont de l'ordre de $\epsilon^+ = 2$ mrad et $\epsilon^- = 9$ mrad. Les termes d'ordre 2 en ϵ induisent une correction de l'ordre de $2 \cdot 10^{-6}$ pour $\Delta\Phi_{\text{rot}+90^\circ}$ et $4 \cdot 10^{-5}$ pour $\Delta\Phi_{\text{rot}-90^\circ}$, en valeur relative. Ces corrections sont négligeables compte tenu de la résolution de notre dispositif.

En étudiant la demi-somme des signaux obtenus pour chacune des deux orientations, il est possible d'étudier l'évolution du biais sur le signal de rotation en fonction du temps d'interaction :

$$\Phi_{\text{biais-rot}}(T) = \frac{\Delta\Phi_{\text{rot}+90^\circ} + \Delta\Phi_{\text{rot}-90^\circ}}{2}\quad (4.17)$$

Le biais $\Phi_{\text{biais-rot}}(T)$ est donc évalué en effectuant à la demi-somme des signaux de rotations de la figure 4.10 (a), il est représenté sur la figure 4.11(a). Pour un temps d'interaction de $2T = 80$ ms, correspondant au temps d'interaction habituellement utilisé, nous mesurons un biais sur le signal de rotation : $\Phi_{\text{biais-rot}}(80 \text{ ms}) = 28,3 \text{ mrad}$, en parfait accord avec la valeur estimée précédemment en faisant tourner l'expérience.

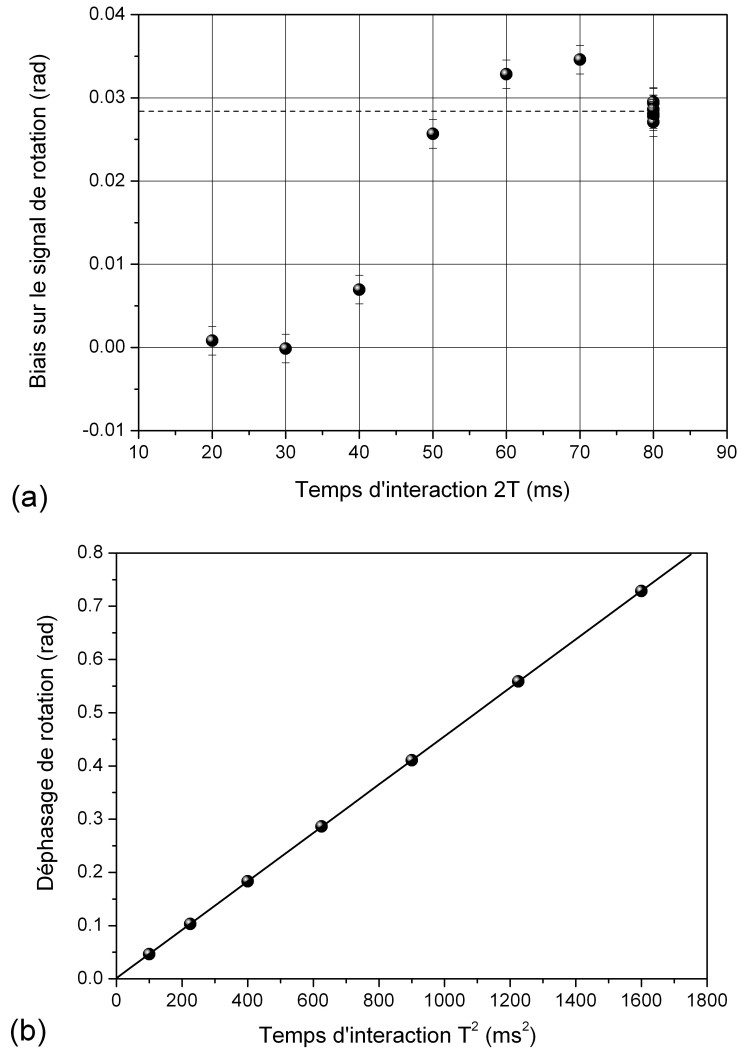


FIG. 4.11 : (a) Evaluation du biais sur le signal de rotation en fonction du temps d'interaction $2T$. Le biais est mesuré en faisant la demi-somme des signaux de rotation mesuré à $\pm 90^\circ$ (figure 4.10 (a)). (b) Evaluation du déphasage dû à une rotation en fonction du temps d'interaction T^2 . Sur cette figure, le biais de mesure est rejeté en faisant la demi-différence des signaux de rotation mesurés à $\pm 90^\circ$ (figure 4.10 (a)).

Par ailleurs, l'évolution du facteur d'échelle en T^2 peut être évaluée en faisant la demi-différence des signaux de rotation mesurés à $\theta = +90^\circ$ et $\theta = -90^\circ$. En ajustant les points expérimentaux par un modèle linéaire, on vérifie que le déphasage de rotation suit une loi en T^2 avec un excellent accord, comme le montre la figure 4.11 (b).

Signal d'accélération

La figure 4.10 (b) représente la variation du déphasage d'accélération mesuré en fonction du temps d'interaction au carré. Il est possible d'ajuster ces données par une droite de coefficient directeur $1,44.10^8 \text{ rad}/(\text{ms})^2$, dont nous déduisons la valeur de l'accélération de gravité locale : $g = 9,809300 \text{ m.s}^{-2}$.

Une étude de la gravité a été réalisée au laboratoire avec un gravimètre (modèle A10). Cette étude a permis de déterminer la valeur de g avec une incertitude de l'ordre de $\pm 1,6.10^{-7} \text{ m.s}^{-2}$. L'écart entre ces mesures et la nôtre permet d'estimer le biais sur la mesure de g à $2.10^{-5} \text{ m.s}^{-2}$, ce qui correspond à un biais de 440 mrad. Comme nous le verrons plus loin, ce biais s'explique par la courbure des fronts d'onde des lasers Raman.

4.2.4 Conclusion

Nous avons vérifié la linéarité du capteur et l'évolution du déphasage interférométrique en T^2 . De plus, nous avons mesuré un écart entre le facteur d'échelle théorique K_{theo} et celui mesuré K_{mes} de l'ordre de 3% ; nous ne connaissons pas d'effet différent du déphasage Sagnac qui puisse être proportionnel à ΩT^2 à ce niveau d'inexactitude (3%). L'explication la plus probable, à cet écart, est une erreur sur l'estimation de la vitesse horizontale des atomes. Une mesure de la vitesse moyenne longitudinale par vélocimétrie Raman pourrait être suffisante pour déterminer v à mieux que 0,1 %.

Enfin, nous avons mesuré le biais apparaissant sur le signal de rotation : ($2T = 80 \text{ ms}$) est estimé à :

$$\Delta\Phi_{\text{biais}} = 28,3 \text{ mrad} \pm 0,7 \text{ mrad}$$

Nous étudions dans la suite de ce chapitre l'origine de ce biais.

4.3 Evaluation des biais

Cette partie est consacrée à l'étude des déphasages parasites introduisant des biais sur les mesures de rotation et d'accélération. Nous évaluons en particulier les effets induits par des gradients de champs magnétique, les déplacements des niveaux d'énergie induits lors

des interactions Raman, et le biais dû aux défauts de front d'onde des faisceaux lasers. Afin d'évaluer ces différents biais, nous utiliserons les résultats dérivés au chapitre 2. Concernant le biais induit par des gradients de champ magnétique, nous utiliserons l'équation 2.66 qui permet de tenir compte des modifications des trajectoires des paquets d'onde atomique. Pour les effets liés aux déplacements lumineux, à 1 et 2 photons, il est nécessaire de tenir compte de la dynamique de l'interaction atomes-lasers ; nous utiliserons pour cela le formalisme de la fonction de sensibilité. Nous verrons, enfin, que l'effet induit par les défauts de front d'onde est de loin le biais le plus important.

Nous commençons par donner quelques précisions concernant utilisation de la fonction de sensibilité pour évaluer les biais dus à des déplacements de fréquence. Par ailleurs, nous discuterons la possibilité de s'affranchir de certains biais grâce à une mesure différentielle en changeant le signe du vecteur d'onde effectif k_{eff} . Cependant, certains biais dépendent de k_{eff} et ne peuvent être rejetés, c'est le cas des déphasages induits par des transitions à deux photons non résonantes et du biais lié aux défauts de front d'onde du faisceau Raman.

4.3.1 Biais et fonction de sensibilité

La fonction de sensibilité (voir section 2.3 page 58) est un outil efficace pour évaluer l'impact des déphasages parasites, en particulier les effets déplaçant les niveaux d'énergie de l'atome, dans la limite où ces effets ne dépendent pas de la séparation des paquets d'onde atomique. En effet, ce formalisme permet d'évaluer le déphasage accumulé entre les deux bras de l'interféromètre lorsque la différence de phase des lasers Raman évolue pendant l'interféromètre. Nous avons déjà utilisé ce formalisme pour déterminer le déphasage induit par une accélération ou une rotation, en interprétant ces effets comme une modification de la phase des lasers. Cette démarche peut être généralisée à tout déplacement de fréquence atomique en écrivant la phase laser ϕ vue par les atomes :

$$\frac{d\phi}{dt} = \delta\nu(t) \quad (4.18)$$

où $\delta\nu(t)$ est un déplacement de fréquence par rapport à la résonance Raman entre les deux états hyperfins utilisés. On distingue les fluctuations temporelles, aléatoires, des déplacements de fréquence entre la première et la dernière impulsion Raman et les variations spatiales de ces déplacements de fréquence. Le premier cas induit un bruit sur la mesure, il peut être évalué avec une méthode similaire à celle que nous avons utilisée pour estimer le bruit induit par les fluctuations de la phase des lasers Raman. Une étude détaillée des bruits à l'aide de la fonction de sensibilité est présentée dans la thèse de Benjamin Canuel [Canuel 2007]. Le second cas introduit un déplacement de la fréquence de transition Raman non uniforme le long de la

trajectoire atomique ; la symétrie de l'interféromètre est alors brisée et un déphasage parasite apparaît. Le déphasage $\Delta\Phi$ en sortie de l'interféromètre peut être évalué avec la relation :

$$\Delta\Phi = 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} g_\phi(t) \delta\nu(t) dt \quad (4.19)$$

où $\delta\nu(t)$ est le déplacement de la fréquence de la transition atomique à l'instant t . Nous avons vu au chapitre 2 que la fonction de sensibilité $g_\phi(t)$ est une fonction impaire. Par conséquent, l'équation 4.19 permet de retrouver qu'un déplacement de fréquence constant pendant la durée de l'interféromètre ne crée pas de déphasage.

4.3.2 Effet d'un gradient de champ magnétique

Un effet important de déplacement des niveaux atomiques est celui induit par un champ magnétique par effet Zeeman. Pour limiter l'influence de cet effet, les atomes sont sélectionnés dans le sous-niveau Zeeman $m_F = 0$. Ainsi les niveaux d'énergie ne dépendent que quadratiquement du champ magnétique (voir figure 4.13) :

$$\begin{aligned} E_{|F=4, m_F=0\rangle} &= \Delta E_{F=4}^{(0)} + h \frac{K^{(2)}}{2} |B|^2 \\ E_{|F=3, m_F=0\rangle} &= \Delta E_{F=3}^{(0)} - h \frac{K^{(2)}}{2} |B|^2 \end{aligned} \quad (4.20)$$

où $\Delta E_{F=4}^{(0)} - \Delta E_{F=3}^{(0)}$ correspond à l'écart en énergie des deux niveaux hyperfins non perturbés. Le couplage quadratique entre les états hyperfins et le champ magnétique est calculé dans [Vanier-Audouin] $K^{(2)} = 427,45 \text{ [Hz.G}^{-2}\text{]}$.

Un gradient de champ magnétique entraîne une force \vec{f}_{mag} proportionnelle aux gradients d'énergie. Les variations de l'énergie potentielle en fonction du champ magnétique étant de signes opposés pour les deux niveaux hyperfins, la force résultant d'un gradient du module du champ magnétique sera opposée pour les niveaux $F=4$ et $F=3$:

$$\vec{f}_{\text{mag}} = \mp \vec{\nabla} \left(\frac{hK^{(2)}}{2} |B|^2 \right) = \mp hK^{(2)} B \vec{\nabla} B \quad (4.21)$$

Dans cette équation le signe + correspond à la force agissant sur le niveau $F=4$ et le signe - sur le niveau $F=3$.

L'utilisation de blindages magnétiques permet de réduire l'effet de ces gradients. Nous étudierons donc le cas d'un gradient linéaire constant $|B(\vec{r})| = |B_0| + \vec{\delta}_b \cdot \vec{r}$. Dans ce cas, la

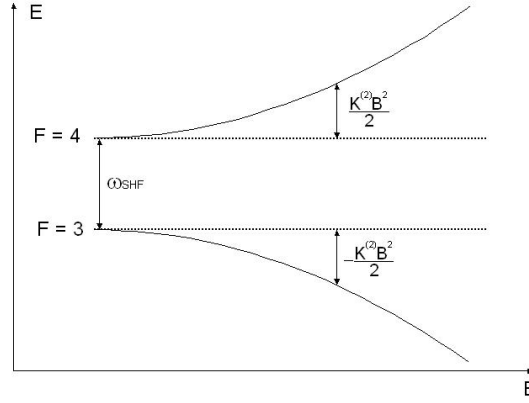


FIG. 4.12 : Le déplacement Zeeman quadratique est opposé pour les niveaux hyperfins $F=3$ et $F=4$.

force qui dérive de ce gradient, s'écrit :

$$\vec{f}_{\text{mag}} = \mp h K^{(2)} \left(B_0 \vec{\delta}_b \mp |\vec{\delta}_b|^2 \cdot \vec{r} \right) \quad (4.22)$$

Pour évaluer le déphasage dû au gradient de champ magnétique, nous utilisons l'équation 2.66 dérivée au chapitre 2 que nous rappelons ici :

$$\Delta\Phi = \left\{ \begin{array}{l} \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \left(\vec{r}_1 - 2 \frac{\vec{r}_{B2} + \vec{r}_{A2}}{2} + \frac{\vec{r}_{B3} + \vec{r}_{A3}}{2} \right) + \\ -(\delta\omega_{1B} - \delta\omega_{1A} + \delta\omega_{2B} - \delta\omega_{2A} + \delta\omega_{3B} - \delta\omega_{3A})T \end{array} \right. \quad (4.23)$$

La première contribution est liée à la modification des trajectoires des paquets d'onde, elle s'exprime directement en fonction des positions des paquets d'onde aux moments des interactions lasers. La seconde contribution traduit le déplacement de la condition de résonance induit par l'effet Zeeman quadratique. Compte tenu du gradient de champ magnétique, le déplacement des niveaux d'énergie dépend aussi de la position des paquets d'onde. Il faut donc déterminer la position des centres des paquets d'onde aux moments des impulsions lasers sur chacun des bras A et B.

Les trajectoires atomiques sont calculées en présence des forces magnétiques et de l'accélération de gravité. De plus, la vitesse initiale, est choisie pour que l'impulsion π ait lieu à l'apogée de la trajectoire en l'absence de force magnétique : $\vec{v}_0 + \vec{g} T$ (où T est la durée entre deux impulsions lasers). En intégrant les équations du mouvement, on obtient une expression analytique des positions sur chacun des bras aux moments des trois impulsions. Pour

une question de lisibilité, nous présentons les résultats sous la forme d'un développement en série de Taylor à l'ordre 2 :

$$\begin{aligned}
 \vec{r}_{2A} &= \frac{(2\vec{v}_0 + \vec{g} T)T}{2} + \frac{B_0 h K^{(2)} T^2}{2M} \vec{\delta}_b + \frac{h K^{(2)} T^3}{24M} |\vec{\delta}_b|^2 (4\vec{v}_0 + 3\vec{g} T) \\
 \vec{r}_{2B} &= \frac{(2\vec{v}_0 + \vec{g} T)T}{2} - \frac{B_0 h K^{(2)} T^2}{2M} \vec{\delta}_b - \frac{h K^{(2)} T^3}{24M} |\vec{\delta}_b|^2 (4\vec{v}_0 + 3\vec{g} T) \\
 \vec{r}_{3A} &= 2\vec{v}_0 T + \frac{B_0 h K^{(2)} T^2}{M} \vec{\delta}_b + \frac{h K^{(2)} T^4}{4M} |\vec{\delta}_b|^2 (\vec{g} T) \\
 \vec{r}_{3B} &= 2\vec{v}_0 T - \frac{B_0 h K^{(2)} T^2}{2M} \vec{\delta}_b - \frac{h K^{(2)} T^4}{4M} |\vec{\delta}_b|^2 (\vec{g} T)
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

On détermine le premier terme de phase dans l'équation 4.23, c'est-à-dire le terme en $\vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{r}_i$, avec les positions 4.24. On trouve alors que la contribution du gradient de champ au déphasage, à l'ordre 2 en $\vec{\delta}_b$, est nulle. Il ne reste que le déphasage habituel dû à l'accélération $\vec{k}_{\text{eff}} \vec{g} T^2$.

De plus, le champ magnétique a aussi pour effet de déplacer la condition de résonance au moment des impulsions Raman. Le champ magnétique n'étant pas homogène, ce désaccord dépend de la position des centres des paquets d'onde lors de l'interaction avec les lasers, ce qui induit un déphasage supplémentaire. Ce terme correspond au second terme de l'équation 4.23. La valeur du déphasage qui résulte du gradient de champ magnétique, $\Delta\Phi_{\text{mag}}$, s'écrit à l'ordre 2 en $\vec{\delta}_b$:

$$\Delta\Phi^{\text{mag}} = -2\pi K^{(2)} B_0 T^2 \left(4\vec{v}_0 + \vec{g} T \right) \cdot \vec{\delta}_b \tag{4.25}$$

Dans le cas d'un gradient du module du champ magnétique dans la direction horizontale selon \vec{v}_0 (voir figure 4.13 (a)), il apparaît un déphasage proportionnel à la vitesse de lancement horizontale des sources atomiques. Les déphasages sont par conséquent de signes opposés pour les deux sources d'atomes et interprétés comme une rotation :

$$\Delta\Phi_x^{\text{mag}} = -4\pi K^{(2)} B_0 T^2 v_{0x} \cdot \delta_{bx} \tag{4.26}$$

Au niveau de la zone d'interaction et pour un champ moyen B_0 de biais de l'ordre de 30 mG, nous avons mesuré des gradients de l'ordre de 7 mG.m⁻¹. Ce qui correspond à un biais de l'ordre de $\Delta\Phi_{B_x} = 0,6$ mrad.

Dans le cas d'un gradient du module du champ magnétique selon la direction verticale (voir figure 4.13 (b)), c'est-à-dire dans la direction des faisceaux Raman, il apparaît un déphasage proportionnel à la vitesse de lancement verticale gT des sources atomiques :

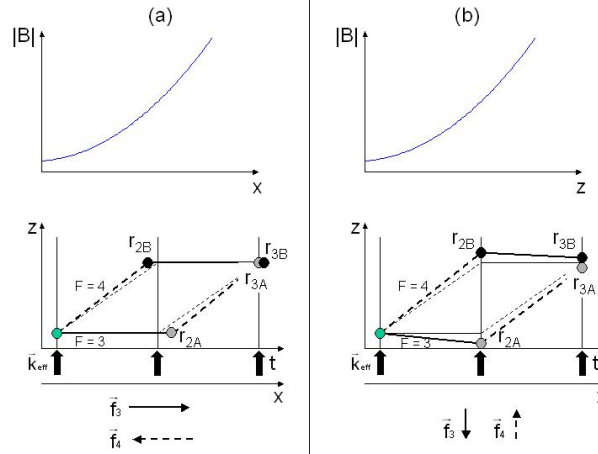


FIG. 4.13 : Les gradients de champ magnétique induisent des forces opposées pour les niveaux hyperfins $F=3$ et $F=4$. Par conséquent, les trajectoires atomiques sont modifiées. On a représenté sur ce schéma le cas d'un gradient du module du champ magnétique dans la direction longitudinale (a) et le cas d'un gradient dans la direction des faisceaux Raman (b).

$$\Delta\Phi_z^{\text{mag}} = -4\pi K^{(2)} B_0 T^3 g \cdot \delta_{bz} \quad (4.27)$$

Ce déphasage est, par conséquent, identique pour les deux sources d'atomes, et donc interprété comme une accélération. Avec les gradients de champs magnétique mesurés, on obtient un biais de l'ordre de $\Delta\Phi_{B_z} = 0,2$ mrad.

Conclusion champ magnétique

En conclusion, le champ magnétique crée un déphasage en sortie de l'interféromètre via un gradient du module de ce champ. Nous avons obtenu une expression exacte de ce déphasage, en utilisant les résultats dérivés dans le cadre du formalisme ABCD, dans le cas d'un gradient linéaire. Les déphasages induits par un gradient de champ magnétique dans la direction de propagation du paquet d'onde, sont de parité opposée pour les deux nuages atomiques, conduisant à un biais sur la demi-différence des signaux atomiques (signal de rotation). Dans le cas d'un gradient dans la direction verticale, le déphasage est vu comme une accélération. Les déphasages induits par les gradients de champs magnétique ont été estimés à 0,6 mrad pour la rotation et à 0,2 mrad pour le signal d'accélération, ce qui est négligeable devant le biais de rotation, 28,3 mrad, et d'accélération, 440 mrad. Enfin, ce déphasage est indépendant du vecteur d'onde effectif des lasers Raman et peut donc être rejeté avec une mesure différentielle à $\pm \vec{k}_{\text{eff}}$, ce qui réduit encore la contribution de ces biais.

4.3.3 Déplacement lumineux différentiel

Nous étudions maintenant, un autre déplacement de fréquence, lié au processus d'interaction Raman, il s'agit du déplacement lumineux à un photon (voir chapitre 2). Le déplacement lumineux différentiel Δ^{DL} peut être annulé par un choix judicieux du rapport d'intensité entre les deux faisceaux Raman (cf. section 2.23 page 34). Cependant, si ce rapport est "imparfait" le déplacement lumineux peut être à l'origine d'un déphasage en sortie de l'interféromètre : $\Delta\Phi_{DL}$. Pour calculer ce déphasage, il est nécessaire de tenir compte de la dynamique de l'interaction atome-laser, c'est pourquoi nous utilisons le formalisme de la fonction de sensibilité pour évaluer cet effet (équation 4.19). En supposant le déplacement lumineux constant pendant la durée des impulsions lasers, on obtient :

$$\Delta\Phi_{DL} = 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} g_{\phi}(t) \Delta^{DL}(t) dt = 2\pi \left(\frac{\Delta_{DL}^{(3)}}{\Omega_{\text{eff}}} - \frac{\Delta_{DL}^{(1)}}{\Omega_{\text{eff}}} \right) \quad (4.28)$$

$\Delta_{DL}^{(3)}$ et $\Delta_{DL}^{(1)}$ sont les déplacements de la fréquence de transition Raman au moment de la première et de la dernière impulsion, et Ω_{eff} est la pulsation de Rabi effective de la transition. L'expression 4.28 montre que le déphasage dû au déplacement lumineux différentiel en sortie de l'interféromètre $\Delta\Phi_{DL}$ ne dépend que du déphasage imprimé pendant la première et la dernière impulsion laser.

Par ailleurs, une erreur dans le rapport d'intensité induit un déphasage supplémentaire uniquement si Ω_{eff} n'est pas identique pour la première et la dernière impulsion. Dans notre dispositif expérimental les deux lasers Raman sont amenés par une même fibre optique et rétro-réfléchis par un miroir. Par conséquent, le rapport d'intensité entre les deux lasers est conservé sur l'ensemble du faisceau Raman.

Ainsi, lorsque les trajectoires atomiques sont parfaitement superposées, les fluctuations du rapport d'intensité ne peuvent être que d'origine temporelle³ et donc affecte de manière identique les deux sources d'atome. Ce déphasage est alors vu sur la somme des déphasages atomiques (signal d'accélération). Néanmoins, une erreur de superposition des deux trajectoires atomiques introduit des valeurs différentes de Ω_{eff} au moment des deux impulsions Raman $\pi/2$. Par conséquent, si le déplacement lumineux différentiel est mal compensé, il peut exister un déphasage parasite différent sur chacun des deux interféromètres, qui se traduit par un biais sur le signal de rotation.

Le déphasage créé par le déplacement lumineux différentiel étant indépendant du vecteur d'onde effectif k_{eff} , il peut être rejeté en faisant une mesure différentielle à $\pm k_{\text{eff}}$ comme nous l'avons expliqué à la section 4.2.1.

³Par exemple dues aux dérives de puissance à l'entrée de la fibre.

Réjection avec des mesures différentielles à $\pm k$

Pour tester la qualité de la réjection du déphasage induit par le déplacement lumineux différentiel, nous modifions volontairement le rapport de puissance entre les deux lasers Raman. Il est difficile dans notre expérience de mesurer séparément la puissance des deux faisceaux. Par contre, le déplacement de fréquence, induit par le déplacement lumineux, peut être déduit directement en mesurant la fréquence de résonance d'une impulsion Raman, réalisée avec des faisceaux Raman co-propageants. L'utilisation de faisceaux co-propageants, pour lesquels le vecteur d'onde effectif est quasiment nul, permet de s'affranchir des déplacements de fréquence Doppler, difficiles à déterminer. En pratique, une lame $\lambda/4$ est ajoutée devant le faisceau incident, pour transformer la polarisation, en sortie de fibre, $Lin \parallel Lin$ en polarisation σ_1^+/σ_2^+ pour les deux faisceaux Raman incidents (figure 4.14). Avec ce choix de polarisation, les transitions Raman sont permises ; il est alors possible de réaliser des transitions Raman avec les faisceaux lasers co-propageants. Pour chaque rapport de puissance, le déphasage moyen en sortie de l'interféromètre est mesuré avec les paires de faisceaux à $+k_{\text{eff}}$ et $-k_{\text{eff}}$.

Réjection sur le signal de rotation :

La figure 4.15 (a) représente le déphasage mesuré sur le signal de rotation en fonction du déplacement lumineux pour chacune des deux paires de faisceaux contre-propageants ($+k_{\text{eff}}$ et $-k_{\text{eff}}$). Nous réalisons un ajustement linéaire des mesures de rotation en fonction du déplacement de fréquence créé par le déplacement lumineux différentiel. On en déduit que la sensibilité du signal de rotation au déplacement lumineux à un photon est de l'ordre de 5 mrad/kHz.

La demi-différence des signaux de rotation mesurés à $+k_{\text{eff}}$ et $-k_{\text{eff}}$ (figure 4.15 (b)) permet de rejeter le biais lié au déplacement lumineux avec une incertitude de l'ordre de 0,1 mrad/kHz (limitée par la résolution des mesures), soit une réjection d'au moins un facteur 50 du déplacement lumineux différentiel.

Réjection sur le signal d'accélération :

Nous évaluons maintenant, la réjection du déplacement lumineux sur le signal d'accélération. Pour cela, nous réalisons un ajustement linéaire des mesures d'accélération en fonction du déplacement de fréquence créé par le déplacement lumineux différentiel (figure 4.16 (a)). La pente extraite de ces mesures révèle que le déphasage créé sur le signal d'accélération me-

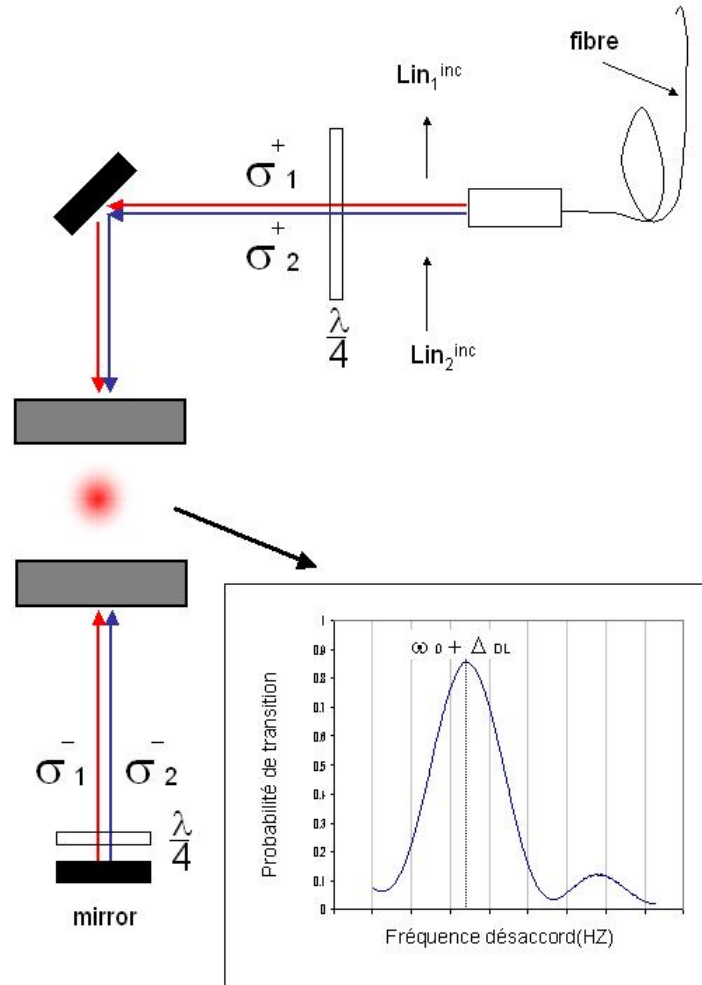


FIG. 4.14 : Une lame quart d'onde est utilisée pour transformer la polarisation des faisceaux lasers afin d'autoriser les transitions Raman co-propageantes. La condition de résonance des transitions Raman co-propageantes, qui ne contient pas de déplacement Doppler, permet de remonter simplement au déplacement lumineux à un photon.

suré avec la paire de faisceaux Raman à $+k_{\text{eff}}$ est de l'ordre de 5 mrad/kHz et pour la paire de faisceaux Raman à $-k_{\text{eff}}$ de l'ordre de 7 mrad/kHz.

La réjection de ce déphasage parasite sur le signal d'accélération est obtenu en faisant la demi-différence des signaux à $\pm k_{\text{eff}}$ (figure 4.16(b)). L'effet n'est pas clairement résolu, un ajustement linéaire des mesures montre qu'il subsiste un effet inférieur à 1 mrad/kHz. La pente résiduelle observée est probablement liée au fait qu'en changeant le rapport de puissance, la puissance totale des lasers Raman est légèrement modifiée. Or comme nous le ver-

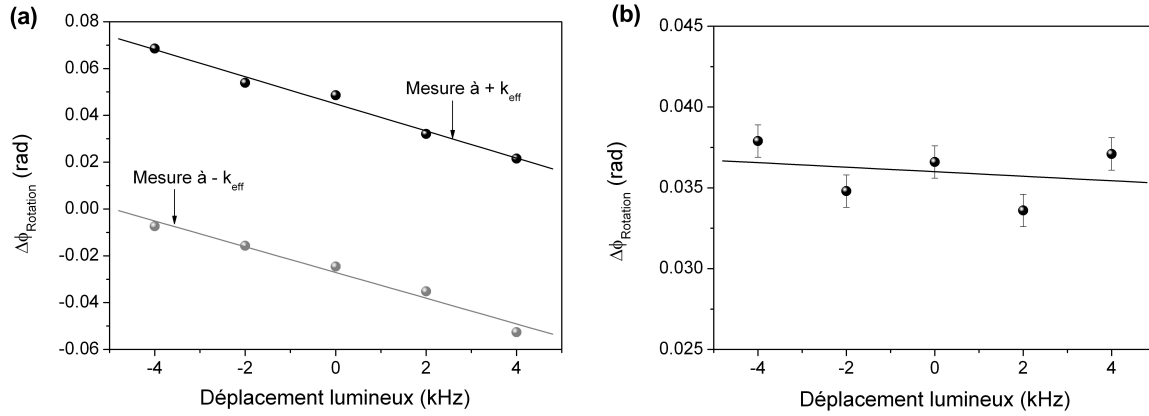


FIG. 4.15 : (a) Déphasages de rotation, mesurés pour la paire de faisceaux Raman à $+k_{\text{eff}}$ et $-k_{\text{eff}}$, en fonction du déplacement lumineux. (b) Demi-différence des déphasages de rotation mesurés pour la paire de faisceaux Raman à $+k_{\text{eff}}$ et $-k_{\text{eff}}$ en fonction du déplacement lumineux. Ce graphique montre la réjection sur le signal de rotation du déphasage lié au déplacement lumineux différentiel grâce à l'utilisation de mesures différentielles à $\pm k_{\text{eff}}$.

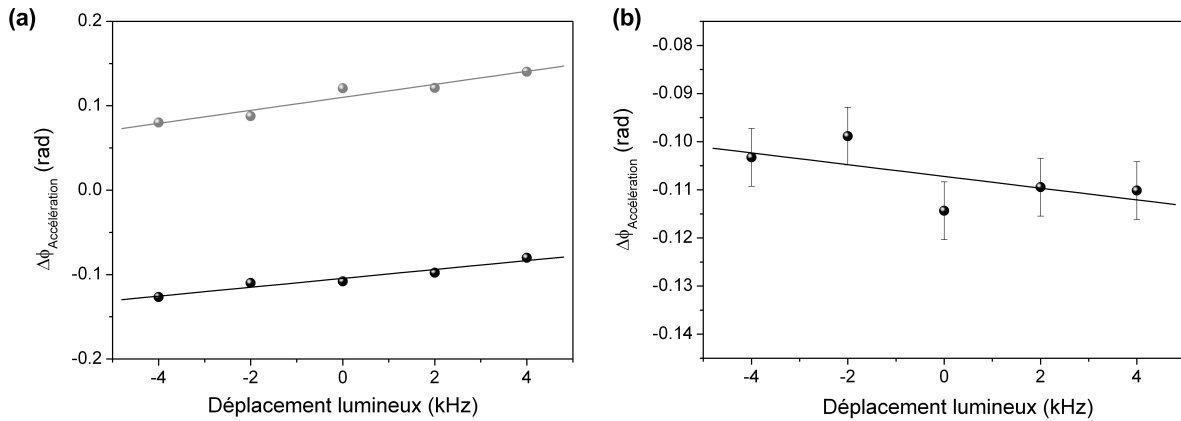


FIG. 4.16 : (a) Déphasage d'accélération en fonction du déplacement lumineux, mesuré pour la paire de faisceaux Raman à $+k_{\text{eff}}$ et $-k_{\text{eff}}$. (b) Demi-différence des déphasages d'accélération mesurés pour la paire de faisceaux Raman à $+k_{\text{eff}}$ et à $-k_{\text{eff}}$ en fonction du déplacement lumineux.

rons par la suite, le déplacement lumineux à deux photons crée un déphasage sur le signal d'accélération proportionnel à l'intensité totale des lasers.

Conclusion

Nous avons étalonné le biais dû au déplacement lumineux à un photon pour l'accélération et la rotation en fonction de la valeur de ce déplacement lumineux. Cet effet peut en théorie être annulé en choisissant un rapport d'intensité judicieux entre les lasers Raman. En pratique ce rapport de puissance est réalisé en mesurant la fréquence de résonance de la transition Raman avec un profil de Rabi. La résolution obtenue avec cette méthode permet d'annuler le déplacement lumineux différentiel à mieux que 1 kHz (soit 1/20 ième de la largeur du profil de Rabi). On estime alors que le biais sur le signal d'accélération est inférieur à 7 mrad et 5 mrad sur le signal de rotation.

Les mesures différentielles à $\pm k_{\text{eff}}$ permettent de rejeter ces déphasages. Pour l'accélération nous avons mesuré une réjection de ce biais d'un facteur 5 et d'un facteur 50 environ sur le signal de rotation. En réalité, ces chiffres, limités par la résolution des mesures, sont probablement meilleurs. Par conséquent, avec la séquence de mesure différentielle à $\pm k_{\text{eff}}$ le biais dû au déplacement lumineux différentiel sur le signal d'accélération est inférieur à **1,4 mrad** soit $6.10^{-8} \text{ m.s}^{-2}$ et sur le signal de rotation le biais est inférieur à **0,1 mrad** soit $6.10^{-9} \text{ rad.s}^{-1}$.

4.3.4 Déplacement lumineux à deux photons

Dans la géométrie rétro-réfléchiée, les atomes interagissent avec deux paires de faisceaux Raman contre-propageants. Comme nous l'avons vu à la section 3.3.1 (page 68), ce système induit, en plus du couplage résonant à deux photons entre les états $|a, \vec{p}\rangle$ et $|b, \vec{p} + \hbar \vec{k}_{\text{eff}}\rangle$, des couplages à deux photons supplémentaires désaccordés. Ces couplages Raman non résonants créent un déplacement de la fréquence de la transition Raman que l'on nomme ici *déplacement lumineux à deux photons*. Nous étudions dans cette partie l'effet de ces déplacements lumineux sur le déphasage en sortie de l'interféromètre.

Déplacement de la transition Raman via le déplacement lumineux à deux photons

Dans notre dispositif, un atome est soumis à quatre ondes lasers accordées aux fréquences ω_1 et ω_2 . Compte tenu des choix de polarisation, seules les paires de faisceaux lasers contre-propageants peuvent induire des transitions Raman (cf. section 3.3.1). Par conséquent, le sys-

tème étudié se limite à l'interaction d'un atome à trois niveaux internes en interaction avec deux paires de faisceaux Raman contre-propageants.

L'interaction des deux paires de faisceaux Raman avec le système atomique est modélisée par trois systèmes Raman, représentés sur la figure 4.17. Un premier processus Raman utilise la paire de faisceaux constituée du laser incident à la fréquence ω_1^{inc} et du laser réfléchi à la fréquence ω_2^{retro} . Ce processus Raman couple les états $|a, p\rangle$ et $|b, p + \hbar k_{\text{eff}}\rangle$ avec l'état intermédiaire $|e, p + \hbar k_1\rangle$.

L'autre paire de faisceaux contre-propageants, réalisée avec le laser incident à la fréquence ω_2^{inc} et le laser réfléchi à la fréquence ω_1^{retro} , couple les états $|a, p\rangle$ et $|b, p - \hbar k_{\text{eff}}\rangle$ avec l'état intermédiaire $|e, p - \hbar k_1\rangle$. Cette paire de faisceaux Raman couple, en plus, les états $|b, p + \hbar k_{\text{eff}}\rangle$, $|a, p + 2\hbar k_{\text{eff}}\rangle$ et $|e, p + \hbar(k_{\text{eff}} + k_1)\rangle$.

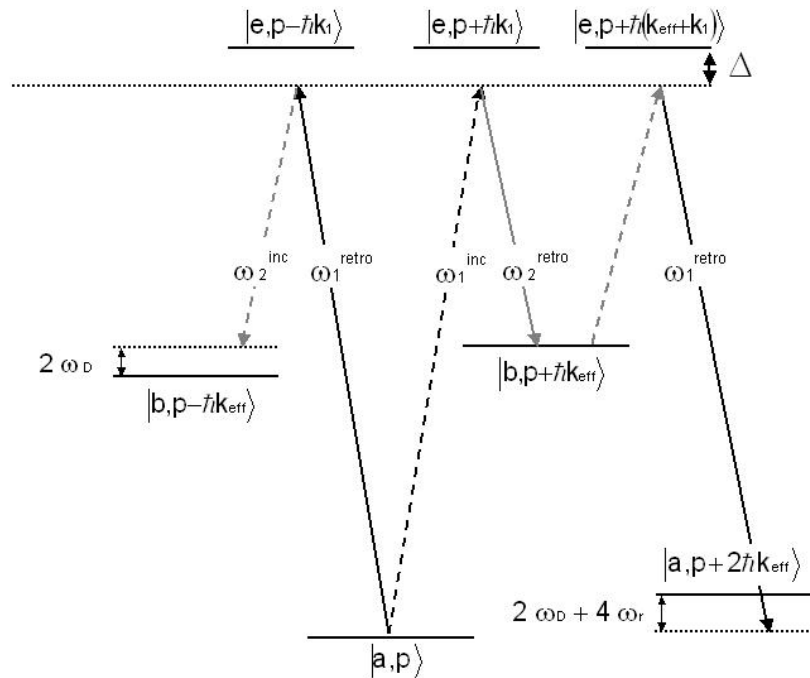


FIG. 4.17 : Schéma des niveaux d'énergie et les couplages lasers lorsque la condition de résonance est réalisée pour la paire de faisceaux $+k_{\text{eff}}$

Dans un premier temps, nous étudions le cas où la condition de résonance Raman est respectée pour la paire de faisceaux Raman qui induit la transition $|a, p\rangle \leftrightarrow |b, p + \hbar k_{\text{eff}}\rangle$, c'est-à-dire la paire de faisceaux notée $+k_{\text{eff}}$. Par ailleurs, le désaccord des lasers Raman par rapport aux états excités $|e\rangle$ est noté Δ .

En appliquant l'approximation des ondes tournantes à l'opérateur d'interaction dipolaire électrique et en se plaçant dans la représentation tournante, la matrice de l'hamiltonien⁴ du système, dans la base $\{|a, p\rangle, |b, p + \hbar k_{\text{eff}}\rangle, |b, p - \hbar k_{\text{eff}}\rangle, |a, p + 2\hbar k_{\text{eff}}\rangle, |e, p + \hbar k_1\rangle, |e, p - \hbar k_1\rangle, |e, p + \hbar(k_{\text{eff}} + k_1)\rangle\}$, s'écrit :

$$H = \hbar \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\Omega_1}{2} & \frac{\Omega_1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\Omega_2}{2} & 0 & \frac{\Omega_2}{2} \\ 0 & 0 & 2\omega_D & 0 & 0 & \frac{\Omega_2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\omega_D + 4\omega_r & 0 & 0 & \frac{\Omega_1}{2} \\ \frac{\Omega_1}{2} & \frac{\Omega_2}{2} & 0 & 0 & \Delta & 0 & 0 \\ \frac{\Omega_1}{2} & 0 & \frac{\Omega_2}{2} & 0 & 0 & \Delta & 0 \\ 0 & \frac{\Omega_2}{2} & 0 & \frac{\Omega_1}{2} & 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

où les pulsations de Rabi Ω_1 et Ω_2 sont définies comme au chapitre 2 (page 29).

La différence d'énergie non perturbée entre les niveaux $|b, p + \hbar k_{\text{eff}}\rangle$ et $|b, p - \hbar k_{\text{eff}}\rangle$ correspond à deux fois le décalage Doppler $2\omega_D$. La différence d'énergie non perturbée entre les états $|a, p\rangle$ et $|a, p + 2\hbar k_{\text{eff}}\rangle$ vaut $\hbar(2\omega_D + 4\omega_{\text{recul}})$ où $\omega_{\text{recul}} \simeq 2\pi \cdot 8200$ kHz est la pulsation correspondant à l'énergie de recul de la transition à deux photons.

Hamiltonien effectif :

Dans notre étude, nous nous intéressons uniquement aux déplacements des niveaux d'énergie des deux états utilisés pour réaliser l'interféromètre : $|a, p\rangle$ et $|b, p + \hbar k_{\text{eff}}\rangle$. Dans la représentation tournante, ces deux états sont quasi-dégénérés et bien séparés des autres états. De plus, le couplage atome-laser est petit devant les différences d'énergie non-perturbées :

$$\Omega_i \ll \omega_D, \Delta \quad (4.30)$$

Il est possible de déduire un hamiltonien effectif n'agissant que sur les états $|a, p\rangle$ et $|b, p + \hbar k_{\text{eff}}\rangle$, décrivant la modification apportée aux énergies E_a et E_b due aux couplages avec les autres états. L'hamiltonien effectif est dérivé avec la méthode présentée dans [Cohen-Tannoudji 2001], [Cohen-Tannoudji 80] où le couplage atome-laser est traité comme une perturbation. Le premier terme non nul de la série de perturbation apparaît à l'ordre 2 dont le développement peut

⁴Pour alléger les calculs nous n'avons pas tenu compte de la structure hyperfine de l'état excité et des couplages entre l'état $|a, \vec{p}\rangle$ et les états excités via le laser 2 et les couplages entre l'état $|b, \vec{p} + \hbar \vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ et les états excités via le laser 1. Ces couplages ayant pour seul effet de modifier l'expression de la pulsation de Rabi effective Ω_{eff} et des déplacements lumineux à un photon, ils ne changent en rien l'interprétation des résultats que nous présentons par la suite.

être trouvé dans les références précédentes :

$$\langle i | H_{\text{eff}}^{(2)} | j \rangle = \frac{1}{2} \sum_{\alpha \neq a, b} \langle i | V | \alpha \rangle \langle \alpha | V | j \rangle \left(\frac{1}{E_i^0 - E_\alpha^0} + \frac{1}{E_j^0 - E_\alpha^0} \right) \quad (4.31)$$

Dans cette formule l'opérateur V correspond au couplage atomes-laser, c'est-à-dire à la partie non-diagonale de H , les indices i et j représentent les états $|a, p\rangle$ et $|b, p + \hbar k_{\text{eff}}\rangle$. Les autres états sont représentés par l'indice α . Les énergies apparaissant au dénominateur sont les énergies non perturbées. En appliquant cette formule à l'hamiltonien 4.29, on trouve un hamiltonien effectif à l'ordre 2 qui s'écrit dans la base $\{|a, p\rangle, |b, p + \hbar k_{\text{eff}}\rangle\}$:

$$H_{\text{eff}}^{(2)} = \begin{pmatrix} \frac{|\Omega_1|^2}{4\Delta} & \frac{\Omega_1 \Omega_2}{4\Delta} \\ \frac{\Omega_1 \Omega_2}{4\Delta} & \frac{|\Omega_2|^2}{4\Delta} \end{pmatrix} \quad (4.32)$$

On reconnaît la pulsation de Rabi effective Ω_{eff} qui traduit le couplage à deux photons entre les états $|a, p\rangle$ et $|b, p + \hbar k_{\text{eff}}\rangle$; et les déplacements lumineux induits par le couplage non résonant à un photon Ω_j^{DL} :

$$\Omega_{\text{eff}} = \frac{\Omega_1 \Omega_2}{4\Delta} \quad ; \quad \Omega_j^{DL} = \frac{|\Omega_j|^2}{4\Delta} \quad (4.33)$$

Nous avons déjà établis que le déphasage induit par le déplacement lumineux différentiel pouvait être annulé en choisissant un rapport adéquat entre les deux intensités lasers.

La modification des énergies des états $|a, p\rangle$ et $|b, p + \hbar k_{\text{eff}}\rangle$ due à la contamination par les états $|b, p - \hbar k_{\text{eff}}\rangle$, $|a, p + 2\hbar k_{\text{eff}}\rangle$ apparaît à l'ordre 4 de la série de perturbation [Arnous 1982] :

$$\Delta E_i^{(4)} = \sum_{\alpha, \beta, \gamma \neq (a, b)} \frac{\langle i | V | \gamma \rangle \langle \gamma | V | \beta \rangle \langle \beta | V | \alpha \rangle \langle \alpha | V | i \rangle}{(E_i - E_\alpha)(E_i - E_\beta)(E_i - E_\gamma)} \quad (4.34)$$

Les corrections en énergie obtenues pour les états $|a, p\rangle$ et $|b, p + \hbar k_{\text{eff}}\rangle$ sont notées respectivement $\Delta E_a^{(4)}$ et $\Delta E_b^{(4)}$:

$$\begin{aligned} \Delta E_a^{(4)} &= \left(\frac{\Omega_1 \Omega_2}{4\Delta} \right)^2 \frac{1}{4(2|\omega_D|)} = -\frac{|\Omega_{\text{eff}}|^2}{8|\omega_D|} \\ \Delta E_b^{(4)} &= \frac{|\Omega_{\text{eff}}|^2}{4(2|\omega_D| + 4\omega_{\text{recul}})} \simeq \frac{|\Omega_{\text{eff}}|^2}{8|\omega_D|} \end{aligned} \quad (4.35)$$

Ainsi, dans la limite où $\omega_{\text{recul}} \ll \omega_D$, la fréquence de la transition Raman, réalisée avec la paire de faisceaux $+k_{\text{eff}}$, est déplacée par le déplacement lumineux à deux photons de :

$$\delta\omega_{DL2}^+ = \Delta E_a^{(4)} - \Delta E_b^{(4)} = -\frac{|\Omega_{\text{eff}}|^2}{4|\omega_D|} \quad (4.36)$$

Lorsque la condition de résonance est réalisée pour l'autre paire de faisceaux $(-k_{\text{eff}})$, le rôle des états $|b, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ et $|b, \vec{p} - \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ est inversé. De plus, la contribution de l'état $|a, p + 2\hbar k_{\text{eff}}\rangle$ à cet ordre de la série de perturbation est nulle, par contre il est remplacé par l'état $|a, p - 2\hbar k_{\text{eff}}\rangle$ qui est couplé à l'état excité $|e, p - \hbar(k_{\text{eff}} - k_2)\rangle$. La figure 4.18 représente le schéma des niveaux d'énergie et les couplages lasers lorsque la condition de résonance est réalisée pour la paire de faisceaux $-k_{\text{eff}}$

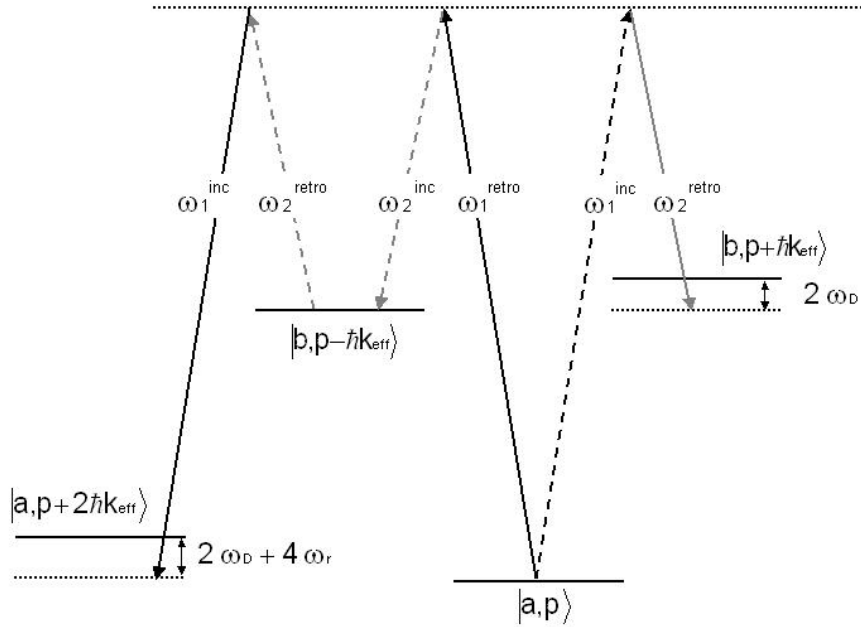


FIG. 4.18 : Schéma des niveaux d'énergie et des couplages lasers lorsque la condition de résonance est réalisée pour la paire de faisceaux $-k_{\text{eff}}$

Les calculs des corrections en énergie sont similaires au cas détaillé précédemment. Le déplacement lumineux à deux photons devient alors :

$$\delta\omega_{DL2}^- = \Delta E_a^{(4)} - \Delta E_b^{(4)} = \frac{|\Omega_{\text{eff}}|^2}{4|\omega_D|} \quad (4.37)$$

Remarquons, que le déplacement lumineux à deux photons change de signe lorsque l'on passe de $+k_{\text{eff}}$ à $-k_{\text{eff}}$.

Déphasage en sortie de l'interféromètre

Le déphasage en sortie de l'interféromètre dû au déplacement lumineux à deux photons $\Delta\Phi_{DL2}$, se calcule avec la fonction de sensibilité de l'interféromètre :

$$\delta\Phi_{DL2} = \int_{-\infty}^{+\infty} g_{\phi}(t) \delta\omega_{DL2}(t) dt \quad (4.38)$$

En supposant les impulsions Raman suffisamment courtes pour négliger les fluctuations de puissance pendant les impulsions lasers, le biais dû au déplacement lumineux à deux photons s'écrit sous la forme :

$$\delta\Phi_{DL2} = \frac{\delta\omega_{DL2}^{(1)}}{\Omega_{\text{eff}}^{(1)}} - \frac{\delta\omega_{DL2}^{(3)}}{\Omega_{\text{eff}}^{(3)}} \simeq \frac{\Omega_{\text{eff}}^{(1)}}{4\omega_D^{(1)}} - \frac{\Omega_{\text{eff}}^{(3)}}{4\omega_D^{(3)}} \quad (4.39)$$

où les $\Omega_{\text{eff}}^{(i)}$ sont les pulsations de Rabi effectives au moment de la première et de la dernière impulsion. Les $\delta\omega_{DL2}^{(i)}$ sont les déplacements lumineux au moment de la première et de la dernière impulsion.

Lorsque les faisceaux Raman sont dirigés suivant la verticale, le désaccord Doppler à l'instant T_i , s'écrit en fonction du moment de l'apogée T_{ap} : $\omega_D^{(i)} = -k_{\text{eff}}g(T_i - T_{ap})$. De plus, dans le cas où les pulsations de Rabi effectives au moment des impulsions $\pi/2$ sont égales : $\Omega_{\text{eff}}^{(1)} = \Omega_{\text{eff}}^{(3)} = \Omega_{\text{eff}}$, le déphasage induit par le déplacement lumineux à deux photons se simplifie :

$$\delta\Phi_{DL2} \simeq \frac{\Omega_{\text{eff}}}{4k_{\text{eff}}g} \left(\frac{1}{T_1 - T_{ap}} - \frac{1}{T_3 - T_{ap}} \right) \quad (4.40)$$

où la première et la troisième impulsion ont lieu aux instants T_1 et T_3 .

Ce déphasage est directement proportionnel à Ω_{eff} et donc à l'intensité totale des lasers Raman. De plus, il change de signe avec \vec{k}_{eff} et ne peut donc pas être rejeté avec une mesure différentielle à $\pm\vec{k}_{\text{eff}}$. Par ailleurs, dans le cas où les trajectoires des nuages d'atomes sont parfaitement superposées, l'effet est identique pour les deux sources d'atomes, il apparaît donc sur la somme des déphasages interférométriques (signal d'accélération) et disparaît sur la rotation.

Evaluation expérimentale : première approche

Afin de vérifier la validité des expressions obtenues pour le déphasage induit par le déplacement lumineux à deux photons, nous mesurons, dans un premier temps, l'effet pour un temps d'interaction de $2T = 40$ ms. En effet, pour le temps d'interaction habituel de $2T = 80$ ms l'effet du déplacement lumineux à deux photons est plus faible, car les impulsions $\pi/2$ ont lieu plus près des bords du faisceau gaussien donc leur fréquence de Rabi est plus faible, environ un facteur 2. Par ailleurs, l'effet Doppler est deux fois plus grand. Par conséquent, le déphasage à deux photons attendu sur chacun des interféromètres est 4 fois plus faible pour un temps d'interaction de 80 ms que pour un temps d'interaction de 40 ms.

La méthode employée, pour évaluer cet effet, consiste à mesurer les déphasages d'accélération et de rotation avec un interféromètre de durée $2T = 40$ ms pour différentes valeurs de l'intensité des faisceaux Raman. Pour cela, nous atténuons le signal radio-fréquence envoyé sur l'acousto-optique Raman (cf. 3.3.3) afin de diminuer l'intensité des deux faisceaux Raman sans modifier le rapport de puissance entre les lasers Raman. De plus, la durée τ des impulsions est ajustée pour compenser la diminution de puissance et conserver un interféromètre $\pi/2 - \pi - \pi/2$. Par ailleurs, le contraste de l'interféromètre est mesuré à chaque valeur de puissance. La valeur de Ω_{eff} est déterminée expérimentalement en mesurant la durée des impulsions Raman $\pi/2$.

Signal d'accélération

Pour s'affranchir du problème de la dégénérescence des transitions Raman au moment de l'apogée, l'impulsion π est décalée de 5 ms par rapport à l'apogée (cf. 3.3.4). Avec ces paramètres les impulsions $\pi/2$ ont lieu respectivement à $T_3 - T_{\text{ap}} = 15$ ms et $T_1 - T_{\text{ap}} = -25$ ms de l'apogée. Avec ces paramètres, le déphasage donné par l'équation 4.40 en fonction de Ω_{eff} est égal à $1,2 \cdot 10^{-6} \text{ rad.Hz}^{-1}$.

La figure 4.19 représente le signal d'accélération en fonction de la valeur de la fréquence de Rabi effective au moment des impulsions $\pi/2$. Ces mesures sont ajustées par une droite dont la pente vaut $9,7 \cdot 10^{-7} \pm 1,3 \cdot 10^{-7} \text{ rad.Hz}^{-1}$, en accord avec la valeur attendue.

Signal de rotation

Lorsque les trajectoires atomiques des deux interféromètres sont parfaitement superposées, les atomes explorent des zones de champs lasers identiques. Par conséquent, le déplacement lumineux à deux photons est le même pour les deux interféromètres d'où une contribution nulle sur le signal de rotation. Néanmoins, un défaut de superposition des trajectoires atomiques peut induire un déphasage sur le signal de rotation.

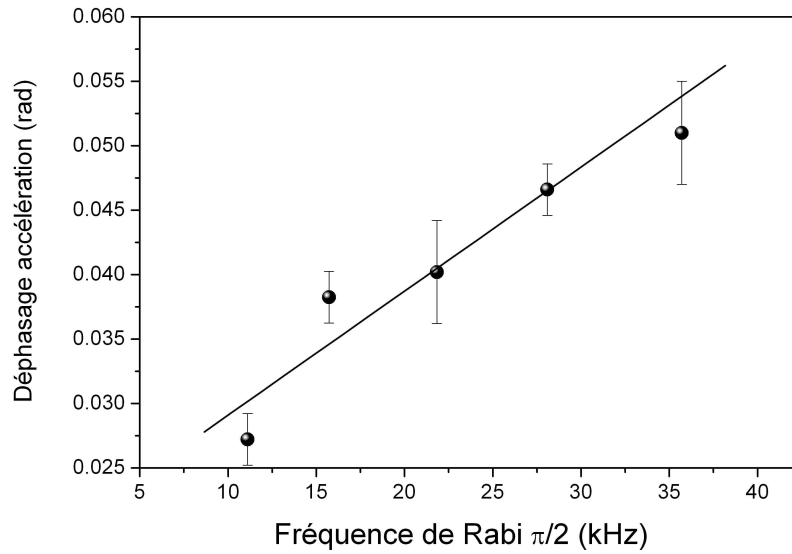


FIG. 4.19 : *Mesure du déphasage sur le signal d'accélération en fonction de l'intensité totale des faisceaux Raman.*

La figure 4.20 représente le signal de rotation mesuré en fonction de la valeur de la fréquence de Rabi au moment des impulsions $\pi/2$. Un ajustement linéaire de ces données permet d'estimer le déphasage induit par le déplacement lumineux à deux photons sur le signal de rotation, on obtient $-1,3 \cdot 10^{-7} \pm 0,8 \cdot 10^{-7} \text{ rad.Hz}^{-1}$.

Dans les conditions expérimentales utilisées pour faire ces mesures ($2T = 40 \text{ ms}$), la fréquence de Rabi effective vue par les atomes au moment des impulsions $\pi/2$ est de l'ordre de 36 kHz, ce qui représente un biais de 35 mrad sur le signal d'accélération, soit $1,5 \cdot 10^{-6} \text{ m.s}^{-2}$, et un biais de 5 mrad sur le signal de rotation, soit $3 \cdot 10^{-7} \text{ rad.s}^{-1}$. L'effet du déplacement lumineux à deux photons est plus faible pour un interféromètre dont la durée totale est $2T = 80 \text{ ms}$, (environ un facteur 4). Par conséquent, nous considérons que le biais estimé à $2T = 40 \text{ ms}$ est un majorant.

Evaluation expérimentale : deuxième approche

Les mesures du déphasage induit par le déplacement lumineux à deux photons réalisées précédemment nous ont permis de vérifier le modèle utilisé pour calculer ce biais, en parti-

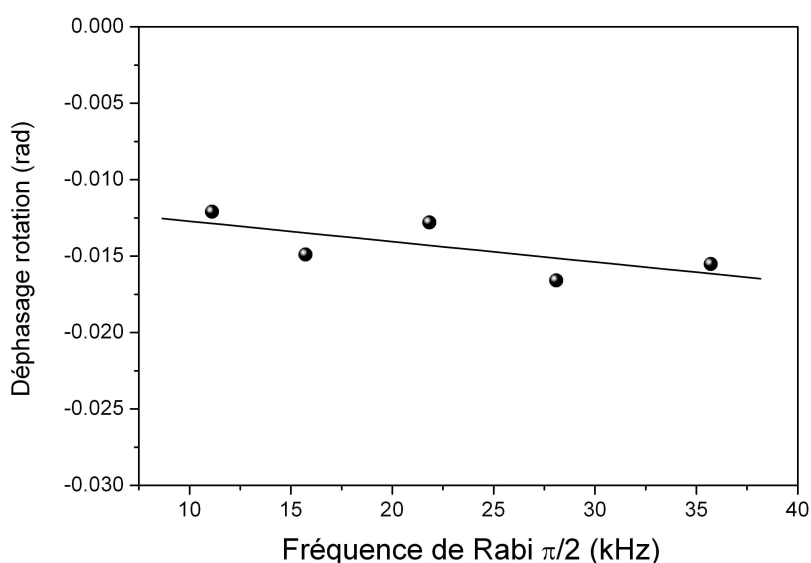


FIG. 4.20 : *Mesure du déphasage sur le signal de rotation en fonction de l'intensité totale des faisceaux Raman.*

culier pour le signal d'accélération. Cependant, la résolution obtenue avec cette méthode ne permet pas de mesurer le déphasage induit par le déplacement lumineux à deux photons pour le temps d'interaction usuel de $2T = 80$ ms, à cause des fluctuations des autres biais.

Pour améliorer la résolution de la mesure de cet effet, la puissance des lasers Raman est modulée avec une période de 2 minutes sur une plage allant de 100 à 80 % de la puissance laser maximum. Pour cela, on applique une rampe de tension sur l'entrée de modulation d'un atténuateur radio-fréquence utilisé pour ajuster le signal envoyé sur l'acousto-optique. La puissance des faisceaux Raman est alors mesurée avec une photodiode située sur le bord du faisceau (le système de mesure de puissance est décrit et caractérisé au chapitre 5 à la page 162). Cette méthode permet de s'affranchir des dérives de déphasage, indépendantes de la puissance des lasers, et donc de moyenner les mesures sur des temps plus long. En reportant les mesures de déphasage en fonction de la puissance Raman correspondante, on en déduit une estimation du déphasage induit par le déplacement lumineux à deux photons. Les figures 4.21 (a) et 4.21(b) représentent respectivement les déphasages d'accélération et de rotation mesurés, avec un interféromètre de durée totale $2T = 80$ ms en fonction de la puissance des lasers Raman, pendant une nuit complète de mesure. Pour rendre les graphiques plus lisibles,

les points sont rassemblés par classe d'intensité (dont la largeur correspond à des variations de 2% de la puissance).

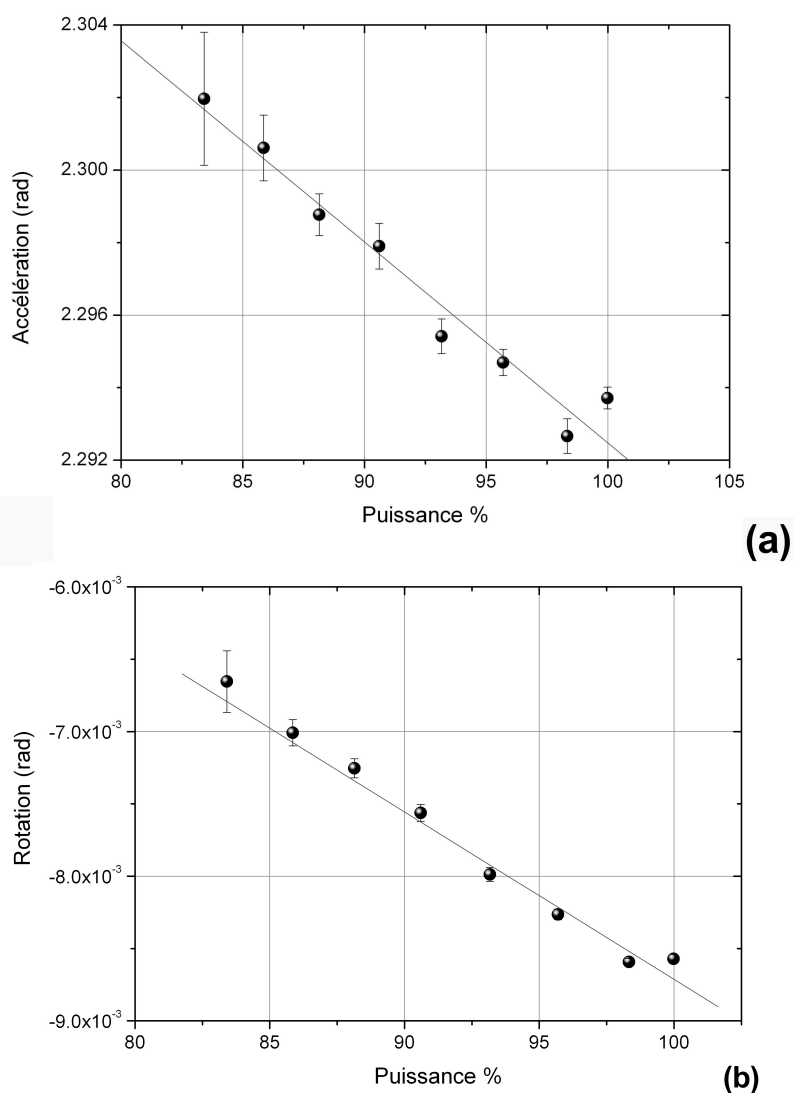


FIG. 4.21 : *Mesure du déphasage sur le signal d'accélération (a) et du déphasage sur le signal de rotation (b) en fonction de l'intensité totale des faisceaux Raman, en modulant l'intensité Raman.*

Un ajustement linéaire des mesures d'accélération et de rotation en fonction des variations de puissance P des faisceaux Raman indique une variation des signaux d'accélération et de rotation en fonction de la puissance Raman respectivement de $5,5 \cdot 10^{-4} \pm 4 \cdot 10^{-5} \text{ rad}/(\%P)$ et de $1,16 \cdot 10^{-4} \pm 6 \cdot 10^{-6} \text{ rad}/(\%P)$.

On constate un écart important avec les valeurs attendues, environ un facteur 11 pour le signal d'accélération. Une partie de cet écart s'explique par le fait que la durée des impulsions n'est pas compensée lors du changement de puissance. Par conséquent, la séquence d'impulsion n'est plus rigoureusement $\pi/2 - \pi - \pi/2$. La fonction de sensibilité est alors plus compliquée [Cheinet 2006], il faut tenir compte de termes correctifs dans l'expression du déphasage lié au déplacement à deux photons. En tenant compte de cet effet dans la fonction de sensibilité, on obtient un facteur correctif de l'ordre de $1 + \pi/2$. Par ailleurs, lorsque l'interféromètre n'est plus rigoureusement $\pi/2 - \pi - \pi/2$ le contraste est modifié, ce qui induit une erreur sur l'estimation du déphasage. Des mesures récentes ont montré que cet effet se traduit par une surestimation de notre mesure d'un facteur 2. Malgré ces corrections, le déphasage mesuré diffère encore d'un facteur 2 par rapport à la valeur attendue.

Pour expliquer cet écart, on peut invoquer des phénomènes liés à la dispersion en vitesse des nuages d'atomes couplés aux défauts de front d'onde des lasers Raman. En effet, nous verrons par la suite qu'un déphasage très important est induit par les déformations locales du front d'onde laser. Le déphasage mesuré correspond à la contribution moyenne de l'ensemble des atomes du nuage. Or en changeant la puissance des lasers Raman, on modifie la sélectivité en vitesse des transitions Raman et donc la contribution de chacun des atomes dans le déphasage moyen induit par les défauts de front d'onde. Par conséquent, la variation du déphasage mesuré en fonction de la puissance des faisceaux Raman peut dépendre à la fois du déplacement lumineux et du déphasage induit par les défauts de fronts d'onde. Des mesures sont en cours de réalisation sur l'expérience afin d'étudier plus précisément ces effets.

Pour estimer le biais induit par le déplacement lumineux à deux photons, on utilise donc la première approche. En revanche les mesures effectuées avec la seconde approche permettent d'étalonner directement l'influence d'une fluctuation de la puissance laser sur les déphasages mesurés. Par conséquent, lors de l'évaluation de la stabilité de nos mesures de rotation et d'accélération (chapitre 5) on se reportera aux valeurs mesurées avec cette dernière approche.

Conclusion

Nous avons démontré avec ces expériences qu'il existe un déphasage interférométrique induit par le déplacement lumineux à deux photons. Ce déphasage dépend du signe du vecteur d'onde effectif k_{eff} , il n'est donc pas rejeté avec les mesures différentielles à $\pm k_{\text{eff}}$. Lorsque les trajectoires sont superposées, ce déphasage apparaît uniquement sur le signal d'accélération. Cependant, le déplacement lumineux à deux photons induit un biais sur les mesures de rotation, si il est couplé aux erreurs de trajectoire. Nous avons mesuré pour un interféromètre

de $2T = 40$ ms un biais de **5 mrad** pour la rotation et de **35 mrad** pour l'accélération. Nous estimons que cette valeur est un majorant pour le cas d'un interféromètre de $2T = 80$ ms.

Par ailleurs, grâce à une technique de modulation de la puissance laser, nous avons mesuré l'influence d'une fluctuation de puissance sur le signal de rotation et d'accélération. Sur le signal de rotation, l'évolution du déphasage mesuré en fonction de la puissance laser est égale à $1,16 \cdot 10^{-4} \pm 6 \cdot 10^{-5}$ rad/(%P) soit, exprimé en vitesse de rotation, $7,5 \cdot 10^{-9}$ rad.s⁻¹/(%P). Pour le signal d'accélération les fluctuations du déphasage mesuré en fonction de la puissance des lasers correspondent à $5,5 \cdot 10^{-4} \pm 4 \cdot 10^{-6}$ rad/(%P), soit $2,4 \cdot 10^{-8}$ m.s⁻²/(%P).

4.3.5 Défauts de front d'onde

Nous savons que le déphasage interférentiel dépend de la phase locale de l'onde laser effective imprimée sur l'onde atomique aux trois instants d'interaction t_1 , t_2 et t_3 . Au moment de l'interaction t_i , la position du nuage est notée (x_i, y_i) , le déphasage mesuré par un interféromètre s'écrit alors, en fonction de la phase effective vue par les atomes :

$$\Delta\Phi_{\text{front-onde}} = \Delta\Phi_{\text{eff}}(x_1, y_1) - 2\Delta\Phi_{\text{eff}}(x_2, y_2) + \Delta\Phi_{\text{eff}}(x_3, y_3) \quad (4.41)$$

Les trois séparatrices Raman sont conçues avec un unique faisceau Raman dont le front d'onde présente des imperfections. Ces variations spatiales de la phase laser effective induisent un déphasage en sortie de l'interféromètre. L'utilisation de la géométrie rétro-réfléchi permet de réduire le nombre d'éléments optiques de mise en forme des lasers, et donc les sources d'aberrations différentes entre les deux faisceaux Raman contre-propageants. Par ailleurs, dans cette géométrie, les faisceaux Raman sont collimatés avec une même lentille, ainsi, comme le montre la figure 4.22, les rayons de courbure des fronts d'onde des deux faisceaux Raman contre-propageants se compensent. Le déphasage mesuré est alors quasiment insensible à une défocalisation des faisceaux Raman. Par conséquent, le biais dû aux défauts de front d'onde est principalement induit par le faisceau laser rétro-réfléchi, en particulier à cause des aberrations induites par le hublot Raman, la lame $\lambda/4$ et le miroir de retour.

Lorsque les trajectoires des deux nuages atomiques sont parfaitement superposées, les défauts de front d'onde sont identiques pour les deux interféromètres. Par conséquent, le déphasage induit par ces défauts se retrouve du côté de la demi-somme, équivalent à une accélération constante. La comparaison entre notre mesure de l'accélération de gravité g et celle réalisée avec un gravimètre (modèle AD10) étalonné montre qu'il existe un biais de l'ordre de 440 mrad sur notre mesure, soit un biais au moins un ordre de grandeur plus important que les biais induits par les déplacements lumineux et les gradients de champ magnétique. Voyons si le déphasage dû aux défauts de fronts d'onde peut expliquer ce biais.

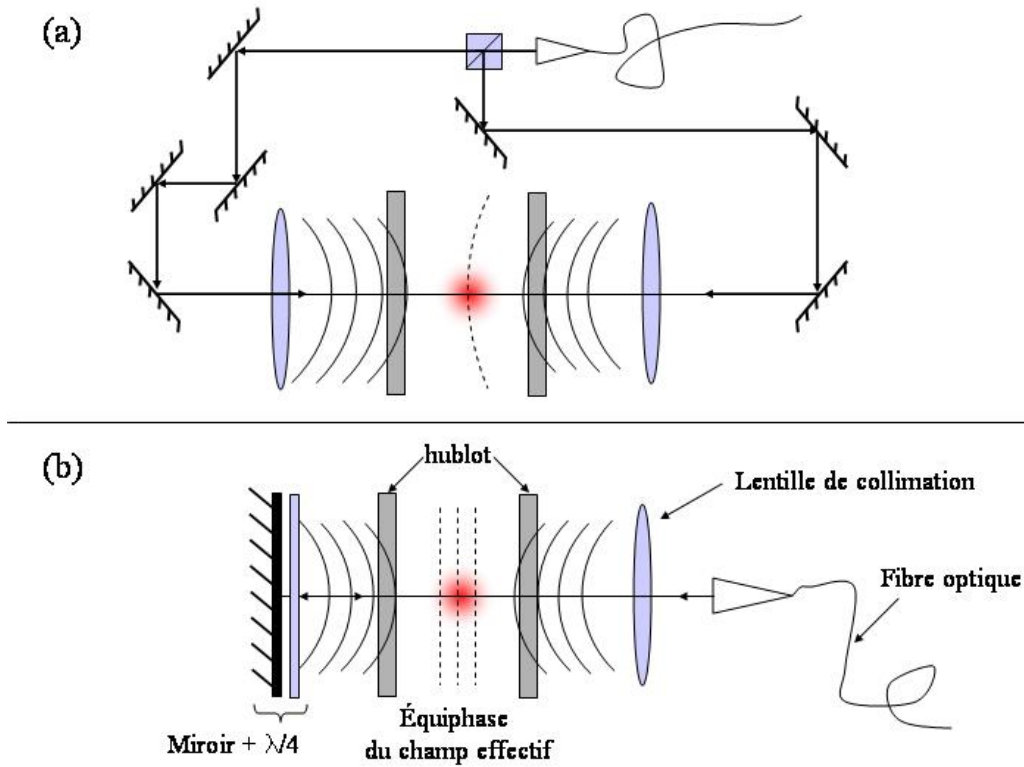


FIG. 4.22 : Lorsque les faisceaux Raman mis en forme avec une géométrie de type (a) les deux lasers Raman sont mis en forme séparément. Ainsi, lorsqu'un des lasers se défocalise par rapport à l'autre le front d'onde effectif n'est plus plan. Le cas de la géométrie rétro-réfléchie est schématisé sur la figure (b). Le nombre d'élément d'optique différents entre les deux lasers Raman est limité à un hublot Raman, une lame quart d'onde et le miroir de rétro-réflexion. Par ailleurs, la collimation des deux lasers Raman est réalisée avec le même objectif, par conséquent la courbure du champ effectif Raman n'est pas sensible à une défocalisation.

Pour donner un ordre de grandeur, on calcule le biais introduit par une courbure de front d'onde de rayon R . Pour un interféromètre dont la durée entre les impulsions vaut T et avec une vitesse atomique moyenne V , le déphasage induit par cette courbure vaut $\Delta\Phi_{\text{biais}} \simeq k_{\text{eff}} \frac{(VT)^2}{R}$.

Le biais mesuré sur le signal d'accélération correspond ainsi à une courbure de front d'onde de l'ordre de 6 km, ou à un défaut de front d'onde de l'ordre de $\lambda/30$. Ces défauts sont parfaitement compatibles avec la qualité de front d'onde attendue. Par conséquent, compte tenu des valeurs des autres biais, on peut affirmer que ce sont les défauts de front d'onde qui limitent l'exactitude des mesures d'accélération.

Dans le cas où les trajectoires ne sont pas parfaitement superposées, les déphasages dus à ces défauts de front d'onde ne sont plus identiques et il subsiste un biais sur le signal de rotation lorsque l'on soustrait les phases des deux interféromètres. Cette situation est illustrée sur la figure 4.23 par des points noirs représentant la position des nuages atomiques au moment des impulsions $\pi/2 - \pi - \pi/2$. Ce biais s'exprime alors comme la demi-différence des déphasages dus aux défauts de front d'onde sur chacun des interféromètres A et B :

$$\Delta\Phi_{\text{front-onde}}^- = \frac{\Delta\Phi_{\text{front-onde}}^A - \Delta\Phi_{\text{front-onde}}^B}{2} \quad (4.42)$$

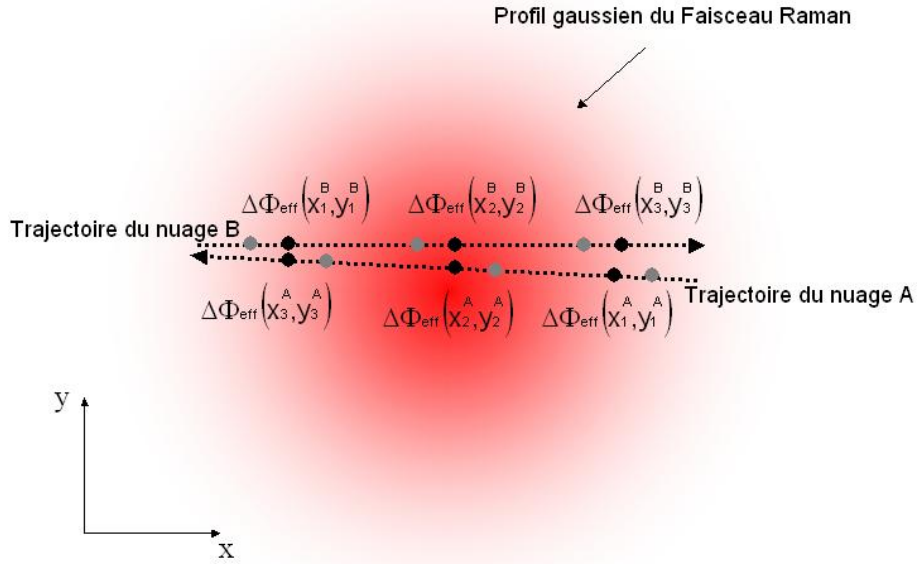


FIG. 4.23 : Les défauts de front d'onde introduisent un déphasage en sortie de l'interféromètre lié à la zone de champ laser explorée par les atomes au moment des trois impulsions Raman. En modifiant le moment des impulsions lasers, on reproduit l'effet d'un déplacement des sources d'atome.

Ce biais est difficile à évaluer expérimentalement, car il dépend de la pente locale du front d'onde Raman couplé aux défauts de superposition des trajectoires atomiques. Pour estimer cet effet nous avons mesuré la phase moyenne de rotation en décalant les impulsions Raman (la durée de l'interféromètre $2T = 80$ ms étant conservée). Les deux nuages atomiques explorent alors une zone différente du front d'onde Raman, au moment des impulsions Raman $\pi/2 - \pi - \pi/2$. Cette situation est illustrée sur la figure 4.23 par des points gris, représentant la position du nuage atomique pour chacun des nuages d'atomes au moment des impulsions

lasers. Sur cette figure on représente le cas où les impulsions Raman sont réalisées légèrement plus tôt que dans la configuration initiale (points noirs).

Sur la figure 4.24 les mesures du déphasage de rotation en fonction des variations de l'instant des trois impulsions sont traduites en changement de position des pièges.

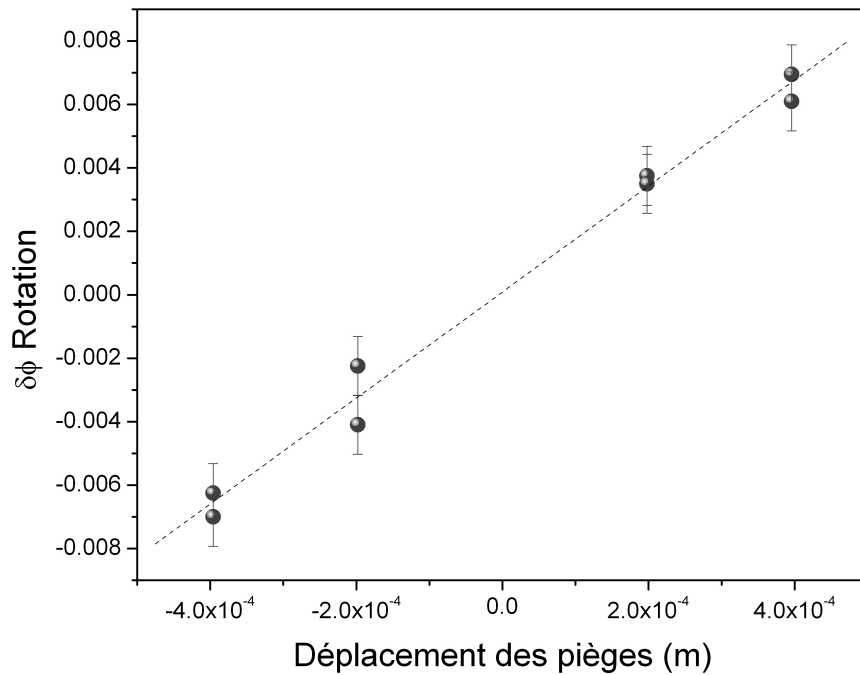


FIG. 4.24 : *Mesure du déphasage de rotation en fonction de la variation de l'instant des trois impulsions, traduite en changement de position des pièges.*

Pour de petits écarts le biais dû aux défauts de front d'onde est linéarisé. Les mesures sont ajustées avec une droite dont la pente vaut :

$$\frac{\Delta\Phi_{\text{front-onde}}}{\delta x} = 1,7 \mu\text{rad.s}^{-1}/\mu\text{m} \quad (4.43)$$

Une simulation de ces effets à partir de la mesure de front d'onde des hublots Raman avec un analyseur de front d'onde de type Zygo a été réalisée dans la thèse de J. Fils [Fils 2002]. Ces calculs montrent que les défauts de front d'onde induisent un biais très important, de l'ordre de 20 mrad sur le signal de rotation pour un temps d'interaction de $2T = 80$ ms, compatibles avec nos mesures. Cependant ces effets dépendent fortement de la position relative des deux nuages d'atomes au moment des interactions Raman et de la pente locale du front d'onde vu par les atomes à ces instants. Par conséquent, on peut difficilement utiliser ces résultats pour évaluer exactement l'effet des défauts de front d'onde.

Il est prévu de reprendre cette étude afin de déterminer la possibilité de réaliser une optique adaptative en introduisant des contraintes sur les éléments d'optique pour déformer localement le front d'onde et rendre les aberrations et leurs dérivées nulles.

Conclusion défauts de front d'onde

Le biais dû aux défauts de front d'onde sur le signal de rotation apparaît lorsque les trajectoires des nuages atomiques ne sont pas parfaitement superposées. Ce biais est difficilement quantifiable car il dépend de la pente locale du front d'onde. Cependant, bien qu'on ne puisse mesurer exactement ce biais, nous avons démontré que le biais induit par ces défauts est supérieur aux autres biais d'un ordre de grandeur.

4.4 Conclusion

Ce chapitre nous a permis de vérifier expérimentalement la sensibilité attendue du capteur aux rotations et aux accélérations, calculée au chapitre 2. La source d'inexactitude sur le facteur d'échelle à la rotation est liée à la valeur de la vitesse longitudinale qui ne peut être déterminée avec suffisamment d'exactitude dans notre expérience. De plus, le biais sur la mesure de rotation a été estimé à **28,3 mrad**. Par ailleurs, la comparaison de nos mesures de l'accélération de gravité g , avec celles réalisées avec un gravimètre atomique et un gravimètre commercial (modèle AD10), suggère un biais sur le signal d'accélération de l'ordre de **440 mrad**.

Pour déterminer l'origine de ce biais nous avons effectué plusieurs expériences afin d'évaluer la contribution de différents effets sur les signaux de rotation et d'accélération. Dans un premier temps, nous avons étudié les biais liés aux déplacements de fréquence non homogènes pendant la durée de l'expérience. Nous avons étudié le biais dû aux gradients de champ magnétique et montré à partir de mesure de gradient de champ magnétique que celui-ci est inférieur à 0,6 mrad. Ce biais indépendant du vecteur d'onde effectif est rejeté, grâce aux mesures différentielles $\pm k_{\text{eff}}$, et devient négligeable.

Nous avons ensuite évalué l'influence du déplacement lumineux à un photon, qui est aussi rejeté grâce aux mesures à $\pm k_{\text{eff}}$. L'incertitude sur cette réjection est estimée à 0,1 mrad sur le signal de rotation et à 1,4 mrad sur le signal d'accélération.

Par ailleurs, nous avons étudié l'impact de transitions Raman à deux photons non résonantes induites par la configuration Raman rétro-réfléchie. Ces transitions à deux photons non résonantes créent un déplacement lumineux appelé *déplacement lumineux à deux photons*.

Nous avons montré que cet effet induit principalement un biais sur le signal d'accélération, de l'ordre de 35 mrad. De plus, un défaut de superposition des trajectoires atomiques couplé à cet effet, est à l'origine d'un biais sur le signal de rotation inférieur à 5 mrad.

Enfin, les défauts de front d'onde permettent d'expliquer le biais important de 440 mrad constaté sur les mesures d'accélération de gravité. Par ailleurs, couplés à une superposition imparfaite des trajectoires atomiques, les défauts de fronts d'onde induisent un déphasage parasite sur le signal de rotation. Il est cependant difficile d'évaluer exactement ce biais. Néanmoins, des simulations réalisées à partir de la mesure des fronts d'onde des hublots Raman [Fils 2002] et [Fils 2005] semblent montrer que ce biais pourrait être de l'ordre de plusieurs dizaines de mrad sur le signal de rotation. De plus, l'évolution mesurée du biais sur le signal de rotation en fonction du temps d'interaction, ne peut s'expliquer simplement que par un biais dû aux défauts de front d'onde.

Le tableau suivant rassemble les contributions des biais étudiés. On constate que parmi les contributions les plus importantes figure le déplacement lumineux à deux photons, qui ne se rejette pas avec des mesures à $\pm k_{\text{eff}}$. L'effet de ce déphasage sur les signaux de rotation et d'accélération a été mis en évidence au cours de cette thèse. Néanmoins, les biais d'accélération et de rotation ne peuvent être expliqués avec ce seul déphasage. Par contre, nous avons montré qu'un biais important est dû aux défauts de front d'onde.

Effet	biais rotation mrad	biais accélération mrad
champ magnétique	$0 \pm 0,6$	$0 \pm 0,2$
déplacement lumineux un photon	$0 \pm 0,1$	$0 \pm 1,4$
déplacement lumineux deux photons	5 ± 3	35 ± 5
front d'onde	-	-
total sans front d'onde	5	35
mesure des biais	$28,3 \pm 0,7$	440

TAB. 4.1 : Bilan principaux effets systématiques mesurés.

L'exactitude des mesures de rotation et d'accélération est donc limitée par les défauts de front d'onde. Nous avons vu que ce biais dépendait fortement de la position du nuage d'atome dans le faisceau Raman, au moment des trois impulsions lasers. De plus, l'autre biais significatif, le déphasage induit par le déplacement lumineux à deux photons, est lui aussi dépendant de l'intensité vue par les atomes au moment des impulsions lasers. Par conséquent, la stabilité des trajectoires atomiques est le paramètre clef pour la stabilité des mesures de rotation et d'accélération. Cette stabilité est étudiée dans le chapitre suivant.

Chapitre 5

Stabilité du capteur inertielle

DANS le chapitre précédent, nous avons caractérisé le facteur d'échelle $K_{\text{rot/acc}}^{(0)}$ pour la rotation et l'accélération, et mesuré les principaux effets systématiques $\Delta\Phi_{\text{biais-rot/acc}}$ apparaissant sur les mesures de déphasage. Dans ce chapitre, nous présentons une étude des fluctuations du facteur d'échelle $K_{\text{rot/acc}}(t)$ et des biais $\Delta\Phi_{\text{biais-rot/acc}}(t)$ qui limitent la stabilité des mesures et par conséquent la sensibilité ultime de l'appareil :

$$\begin{aligned} S_{\text{rot}} &= \left(K_{\text{rot}}^{(0)} + K_{\text{rot}}(t) \right) \Omega_h + \Delta\Phi_{\text{biais-rot}} + \Delta\Phi_{\text{biais-rot}}(t) \\ S_{\text{acc}} &= \left(K_{\text{acc}}^{(0)} + K_{\text{acc}}(t) \right) g + \Delta\Phi_{\text{biais-acc}} + \Delta\Phi_{\text{biais-acc}}(t) \end{aligned} \quad (5.1)$$

Dans un premier temps, nous présentons la séquence expérimentale utilisée pour cette étude. Nous nous intéressons, ensuite, aux limitations à *court terme* de la sensibilité aux accélérations et aux rotations. Puis, nous présentons une étude des dérives à *long terme* du gyro-accéléromètre atomique.

5.1 Présentation de la séquence expérimentale

Pour cette étude de la stabilité des signaux d'accélération et de rotation, l'aire de l'interféromètre est orientée dans la direction Est-Ouest pour que la vitesse de rotation mesurée soit nulle. Dans ces conditions, les deux interféromètres sont en phase, il est donc possible de mesurer le déphasage à flanc de frange, c'est-à-dire dans la zone de sensibilité optimale, pour les deux interféromètres simultanément. Pour placer les deux interféromètres à flanc de frange, on ajoute un déphasage laser constant. Les expressions des signaux de sortie peuvent alors être linéarisées ce qui permet de calculer simplement les déphasages en sortie de l'in-

terféromètre pour chacun des deux interféromètres en fonction des probabilités mesurées P et des paramètres de contraste C et de décalage a :

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_A &= \frac{a_A + P_A}{C_A} \\ \Delta\Phi_B &= \frac{a_B + P_B}{C_B}\end{aligned}\tag{5.2}$$

Les contrastes C_A et C_B sont mesurés en ajustant les franges d'interférence avec une fonction sinusoïdale. Comme les mesures de déphasage sont réalisées à flanc de franges, les variations de contraste n'influent pas sur les fluctuations de la probabilité mesurée. Par conséquent, les valeurs des paramètres de contraste sont déterminées une fois pour toute par ajustement des jeux de frange interférométrique, au début de la mesure¹.

Par contre, les paramètres de décalage, a_A et a_B , peuvent fluctuer avec les variations de certains paramètres expérimentaux comme la température des sources d'atomes ou le rapport d'intensité des faisceaux Raman. Ces fluctuations sont alors faussement interprétées comme une fluctuation du déphasage en sortie des interféromètres. Afin de compenser ces fluctuations, nous utilisons une séquence expérimentale alternant des mesures à flanc de franges de part et d'autre de la frange centrale. L'alternance du signe de la pente, entre deux mesures consécutives, permet de rejeter les fluctuations de décalage, et de mesurer les dérives de la phase atomique, en faisant la demi-différence entre les probabilités mesurées d'un cycle à l'autre (figure 5.1).

De plus, comme pour les mesures réalisées, au chapitre 4, le signe du vecteur d'onde effectif k_{eff} est renversé, entre deux mesures successives. Cette mesure différentielle à $\pm k_{\text{eff}}$ permet de rejeter les déphasages parasites qui ne dépendent pas de k_{eff} , comme le déplacement lumineux à un photon ou les fluctuations de champs magnétique.

Cette séquence est utilisée pour l'étude de la sensibilité de l'interféromètre, car chaque cycle contribue à la mesure du déphasage, contrairement à la séquence utilisée pour les mesures du chapitre 4 où le déphasage est déduit par un ajustement des franges. En effet, dans le cas où les franges sont ajustées en utilisant quatre points, dont deux sont situés à flanc de franges et deux autres en sommet, les deux points en sommet de franges n'apportent aucune information sur la phase (on peut dire qu'ils sont utilisés dans la procédure d'ajustement pour déterminer le contraste et le décalage). Ainsi, seule la moitié des points est utilisée pour la détermination du déphasage, ce qui réduit le taux de répétition effectif d'un facteur deux, et a

¹Nous avons vérifié que l'écart type des fluctuations de contraste reste inférieur à 10^{-4} , ce qui rend ces fluctuations négligeables

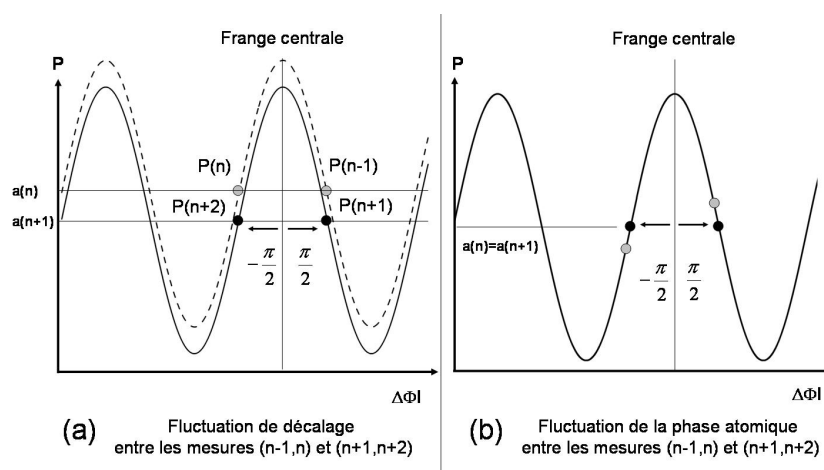


FIG. 5.1 : Evolution de la probabilité de transition mesurée avec un des deux interféromètres, dans le cas d'une fluctuation de décalage (a) ou d'une fluctuation de la phase atomique (b) lors d'une séquence de mesure réalisée de part et d'autre de la frange centrale.

pour effet de dégrader la sensibilité des mesures d'un facteur $\sqrt{2}$, dans le cas d'un bruit blanc de mesure.

5.2 Mesures interférométriques

La série de mesures que nous allons étudier a été réalisée avec cette séquence expérimentale pendant deux journées consécutives du vendredi 28 décembre 2007 à 19 h au dimanche 30 à 5 h. Le temps d'un cycle de mesure est de 0,58 secondes, ce qui correspond à une série de mesures de 206000 points. Cette série de mesures a été choisie car elle reflète bien les performances typiques obtenues avec notre dispositif.

Les performances de l'accéléromètre et du gyromètre sont évaluées en utilisant l'écart type d'Allan des signaux de rotation et d'accélération.

5.2.1 Mesures de l'accélération de gravité locale

Dans la configuration avec les faisceaux lasers Raman orientés suivant la verticale, le capteur est sensible à l'accélération de gravité locale g . Les mesures d'accélération représentées sur la figure 5.2, montrent clairement des oscillations caractéristiques des fluctuations locales de l'accélération de pesanteur dues à l'évolution périodique de l'attraction gravitationnelle de la Lune et du soleil, ce sont les effets de marées [Longman 1959].

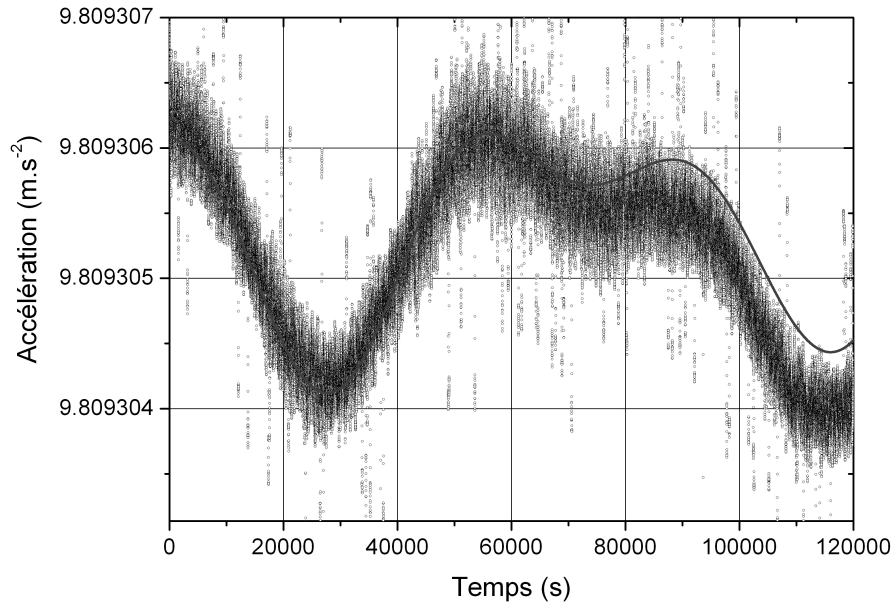


FIG. 5.2 : Les points noirs correspondent aux mesures de l'accélération de gravité locale moyennée sur 5 min. La courbe en trait plein correspond au modèle de marée.

Il est possible de prédire théoriquement l'évolution des effets de marées et de les retrancher du signal mesuré. Cependant, leur modélisation, au niveau de quelques 10^{-8} m.s^{-2} , est un sujet d'étude complexe nécessitant de tenir compte de l'élasticité de la Terre, de l'interaction entre les marées océanique et terrestre. Nous utilisons un modèle de prédiction de marée, décrit dans [Robertson 1997], qui permet de calculer les variations de l'accélération de pesanteur sur le site de l'Observatoire de Paris. L'écart-type d'Allan du signal d'accélération corrigé des fluctuations des marées calculées est représenté sur la figure 5.3.

On constate que la sensibilité du signal d'accélération à 1 seconde vaut $8.10^{-7} \text{ m.s}^{-2}$. La sensibilité s'améliore en suivant une loi en $\tau^{-\frac{1}{2}}$ (caractéristique d'un bruit blanc) pendant 1000 secondes. La sensibilité atteinte pour ce temps d'intégration est de l'ordre de $2,5.10^{-8} \text{ m.s}^{-2}$. Les géophysiciens spécialistes de la gravimétrie utilisent plus communément le *Gal*, en référence à Galileo Galilei, comme unité de mesure de l'accélération de pesanteur : $1\text{Gal} = 1 \text{ cm.s}^{-2}$. La sensibilité de notre gravimètre après 1000 secondes d'intégration est de l'ordre de $2,5 \mu\text{Gal}$. Cette sensibilité sur les temps longs est comparable avec les meilleurs gravimètres atomique de laboratoire. Les meilleurs gravimètre optique de laboratoire ont cependant une stabilité long terme meilleurs de l'ordre de $0,5 \mu\text{Gal}$.

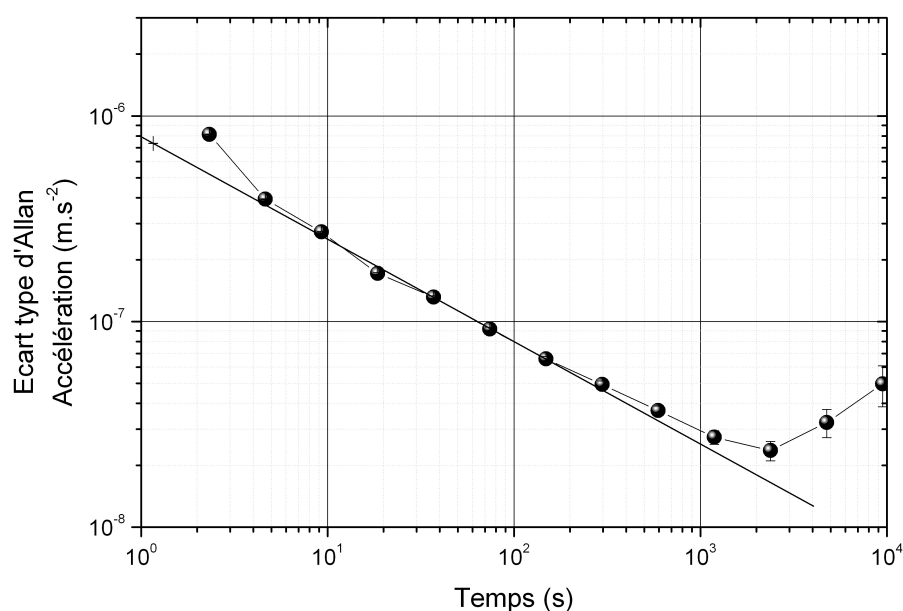


FIG. 5.3 : *Ecart type d'Allan des mesures d'accélération correspondant à la série de mesure représentée figure 5.2 et corrigée des effets de marée.*

5.2.2 Mesures de vitesse de rotation

La figure 5.4 montre le signal temporel des mesures de rotation réalisées, avec l'aire de l'interféromètre orientée selon la direction Est-Ouest. L'écart-type d'Allan de cet échantillon de mesures est tracé sur la figure 5.5. Le bruit à court terme ramené, à 1 seconde, vaut $2,4 \cdot 10^{-7} \text{ rad.s}^{-1}$. L'écart-type d'Allan décroît avec une pente proche de $\tau^{-1/2}$, jusqu'à 1000 secondes, pour atteindre une sensibilité de $2 \cdot 10^{-8} \text{ rad.s}^{-1}$.

On étudie les performances du gyromètre pour des mesures réalisées pendant la nuit (période pendant laquelle le signal semble plus stable), entre 23h et 5h du matin. L'écart type d'Allan de cet échantillon de mesure est présenté sur la figure 5.6. On constate que la sensibilité optimale est améliorée d'un facteur 2, le minimum de l'écart type d'Allan est d'environ $10^{-8} \text{ rad.s}^{-1}$.

Dans les sections suivantes nous étudions les effets limitant la stabilité de nos mesures d'accélération et de vitesse de rotation. On distingue pour cela, les limitations court terme et les dérives long terme des mesures.

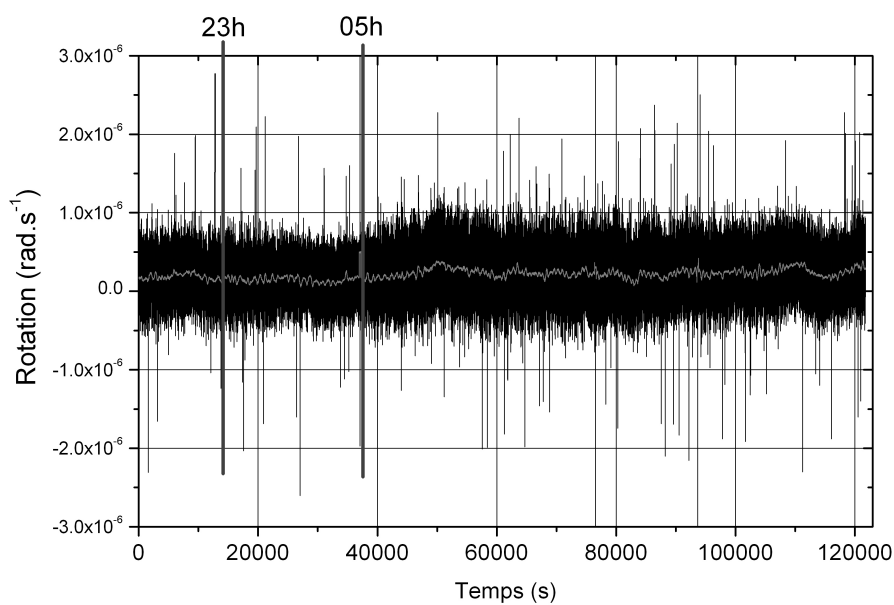


FIG. 5.4 : *Signal temporel des mesures de rotation.*

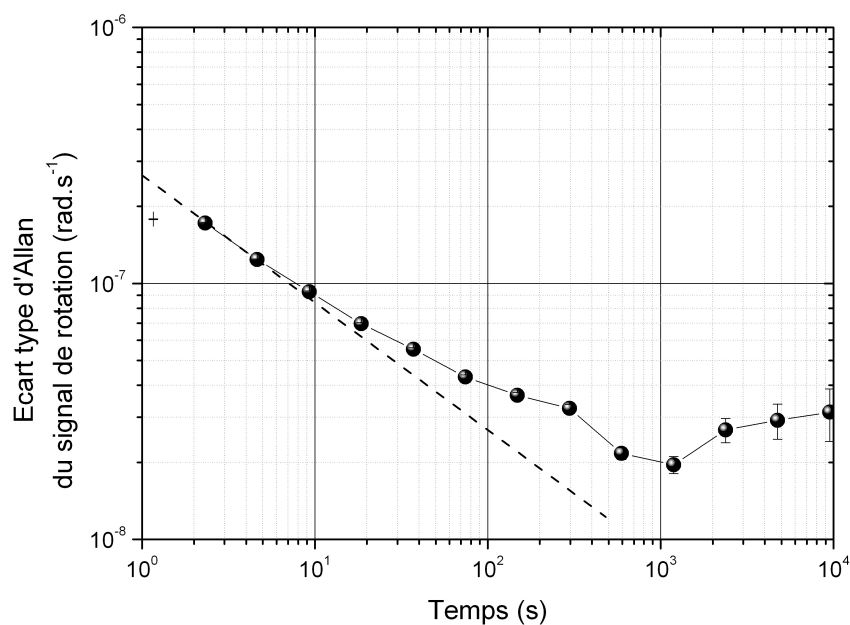


FIG. 5.5 : *Ecart-type d'Allan correspondant à l'ensemble de l'échantillon de mesures représenté sur la figure 5.4 et réalisé sur deux jours d'acquisition.*

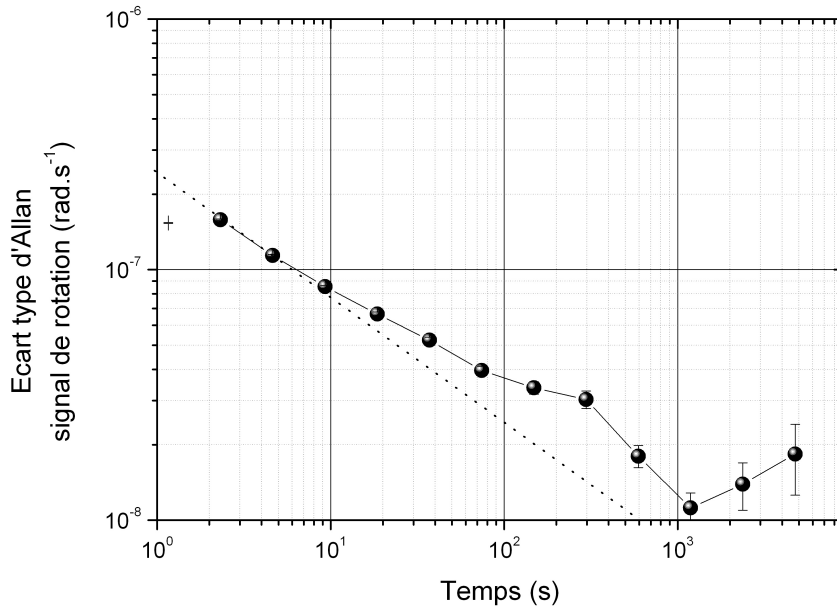


FIG. 5.6 : *Ecart type d'Allan correspondant aux mesures de rotation effectuées pendant la nuit entre 23h et 5h du matin.*

5.3 Limitation de la sensibilité court terme

Les sensibilités à court terme de ces mesures sont estimées à partir des écarts type d'Allan pour une seconde d'intégration :

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{rot}} &= 2,4 \cdot 10^{-7} \text{ rad.s}^{-1} / \sqrt{\text{Hz}} \\ \sigma_{\text{acc}} &= 8 \cdot 10^{-7} \text{ m.s}^{-2} / \sqrt{\text{Hz}} \end{aligned} \quad (5.3)$$

On étudie dans un premier temps ce qui limite la résolution des mesures de vitesse de rotation puis dans un deuxième temps, les déphasages parasites limitant le bruit à court terme sur le signal d'accélération.

5.3.1 Signal de rotation

Bruit de détection

L'écart-type d'Allan du signal de rotation à une seconde, correspond au bruit de projection quantique évalué au chapitre 3. Pour confirmer que la sensibilité à court terme du signal de rotation est bien limitée par le bruit de détection, nous réalisons des mesures de rotation avec une séquence expérimentale identique mais pour des nombres d'atomes différents. Pour cela,

nous modifions le temps de chargement des pièges magnéto-optiques. Chaque point expérimental, résulte d'une mesure de l'écart-type d'Allan, à 1 seconde, du déphasage de rotation, moyennée sur environ 1000 points (10 minutes).

En supposant que le bruit, induit par la détection sur le signal de rotation, est indépendant pour les deux interféromètres A et B, le bruit de détection sur le déphasage de rotation mesuré s'écrit alors en fonction du nombre d'atomes détectés en sortie de chacun des interféromètres N_A et N_B :

$$\sigma_{\Phi}^2 = \frac{\sigma_A^2 + \sigma_B^2}{4C^2} = \frac{2a + b\left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_B}\right) + c\left(\frac{1}{N_A^2} + \frac{1}{N_B^2}\right)}{4C^2} \quad (5.4)$$

La valeur moyenne du contraste des franges d'interférence est notée C , et est identique sur les deux interféromètres. Les coefficients a , b , et c sont les coefficients déterminés au chapitre 3, ils correspondent respectivement au bruit de normalisation, au bruit de projection quantique et au bruit technique de détection.

Pour identifier les différentes contributions du bruit de détection, on souhaite tracer le bruit de phase mesuré en fonction du nombre d'atomes. Comme, pour un temps de chargement donné, le nombre d'atomes piégés est différent pour les deux sources atomiques A et B, on définit un nombre d'atomes réduit $N = \frac{N_A N_B}{N_A + N_B}$. L'expression 5.4 peut alors être approchée par la formule 5.5 :

$$\sigma_{\Phi}^2 \simeq \frac{2a + \frac{b}{N} + \frac{c}{N^2}}{4C^2} \quad (5.5)$$

Le terme négligé vaut $-\frac{2c}{N_A N_B}$. Ce terme est négligeable lorsque au moins un des interféromètres n'est plus limité par le bruit technique de détection. Ce qui est vérifié en pratique, dans la mesure où même pour le temps de chargement le plus faible, le bruit de détection pour la source B n'est plus limité par le bruit technique, mais par le bruit de projection quantique.

Sur la figure 5.7 nous avons reporté le bruit de rotation (ronds gris) mesuré en fonction du nombre d'atomes réduit. Sur ce graphe, les étoiles noires correspondent au bruit estimé à partir de la formule 5.5 avec les coefficients a , b , c déterminés au chapitre 3.

Nous constatons un excellent accord entre le bruit de rotation mesuré avec les deux interféromètres et le bruit de détection évalué indépendamment. De plus, il faut noter la très bonne répétabilité de ces mesures qui ont été réalisées à plusieurs reprises pendant l'année 2007, avec un résultat identique à quelques pour cents près. Le nombre d'atomes correspondant aux conditions expérimentales habituelles est repéré sur la figure 5.7 par un cercle. Dans

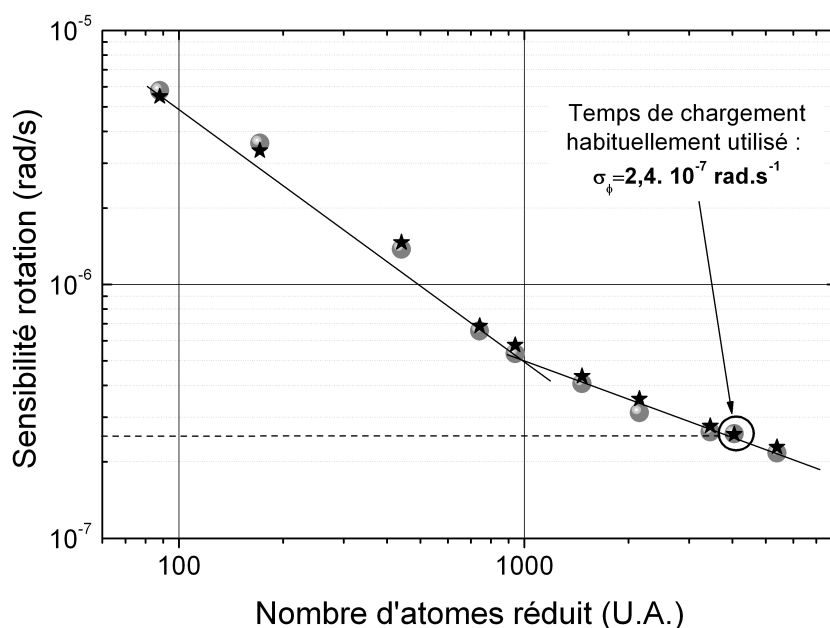


FIG. 5.7 : Mesure du bruit de rotation en fonction du nombre d'atomes réduits N . Les points gris correspondent aux mesures de rotation réalisées avec l'interféromètre. Les étoiles noires correspondent au bruit estimé avec les paramètres de détection évalué au chapitre 3.

ces conditions le bruit de rotation à une seconde vaut $2,4 \cdot 10^{-7}$ rad.s⁻¹, il est **limité par le bruit de projection quantique**.

Néanmoins, cette limitation n'est pas fondamentale, elle est liée au faible nombre d'atomes induit par les pertes (environ un facteur 10) avec le gaz résiduel dans l'enceinte à vide. Une augmentation d'un facteur 45 du nombre d'atomes ($\sim 10^7$ atomes), permettrait d'atteindre le bruit de détection indépendant du nombre d'atomes estimé à partir du paramètre c à $4 \cdot 10^{-8}$ rad.s⁻¹ sur une seconde. L'amélioration de la qualité du vide et l'utilisation de PMO-2D [Dieckmann 1998] permettrait d'atteindre ce nombre d'atomes pour le temps de chargement usuel de l'interféromètre.

Déphasages parasites limitant le signal de rotation

Nous évaluons, maintenant, les déphasages parasites sur les temps courts, afin de montrer que l'amélioration du bruit de détection, permettrait un gain de sensibilité pour les mesures de rotation.

Nous avons vu dans le chapitre précédent que le signal de rotation est sensible à des déphasages parasites, notamment les gradients de champ magnétique, le déplacement lumineux à deux photons et les défauts de fronts d'onde. Dans la thèse de Benjamin Canuel [Canuel 2007]

une étude des fluctuations temporelles de champ magnétique a montré que cet effet induit un bruit sur la mesure de rotation de l'ordre de $6.10^{-10} \text{ rad.s}^{-1}$ sur un coup. Enfin, nous avons démontré au chapitre précédent la très grande sensibilité des interféromètres aux fluctuations de trajectoire, de l'ordre de $10^{-3} \text{ rad.s}^{-1}/\text{m}$. Les fluctuations de trajectoire sur un coup sont de l'ordre de $30 \mu\text{m}$, ce qui induit un bruit à court terme de l'ordre de $3.10^{-9} \text{ rad.s}^{-1}$. Nous avons également mesuré l'impact sur le signal de rotation des fluctuations de la puissance des lasers Raman induit par le déplacement lumineux à deux photons : $7.10^{-9} \text{ rad.s}^{-1}/(\%P_{\text{Raman}})$. Sur le court terme les variations de la puissance des lasers Raman sont inférieures au pour cent, ce qui induit un biais $< 7.10^{-9} \text{ rad.s}^{-1}$. Par conséquent, les déphasages parasites étudiés jusqu'à présent semblent limiter le rapport signal sur bruit des mesures de vitesse de rotation à un niveau $< 10^{-8} \text{ rad.s}^{-1}$.

La sensibilité aux mesures de rotation à une seconde est actuellement limitée par le bruit de projection quantique à $2,4 \cdot 10^{-7} \text{ rad.s}^{-1}$. Compte tenu des caractéristiques du système de détection et de l'évaluation des bruits de phase, il semble raisonnable d'atteindre une sensibilité court terme de l'ordre de $4.10^{-8} \text{ rad.s}^{-1}$ avec cette configuration expérimentale en augmentant le nombre d'atomes d'un facteur 45.

5.3.2 Signal d'accélération

Notre dispositif expérimental permet de mesurer l'accélération de pesanteur. Cette mesure est dégradée à cause du bruit d'accélération dû au fond sismique². Une plate-forme d'isolation (modèle Nano-K 350BM-1) permet de réduire le bruit dû à ces accélérations parasites [Yver Leduc 2004].

A l'aide d'un accéléromètre de grande sensibilité (modèle Guralp systems CMG-40T), nous mesurons le bruit d'accélération dans la direction verticale sur la plate-forme d'isolation. La densité spectrale $S_a(\omega)$ correspondante est représentée, sur la figure 5.8, dans le domaine de fréquence de 0 à 100 Hz.

Ces accélérations sont communiquées au miroir de rétro-réflexion des lasers Raman, ce qui a pour effet de déplacer les équiphases lasers. Ainsi, une fluctuation de position du miroir δz se traduit en une fluctuation de phase laser $\delta\Phi = k_{\text{eff}}\delta z$. Par conséquent, le bruit de phase atomique induit par les vibrations, peut être estimé comme au chapitre 3 pour les fluctuations de phase lasers. En notant $S_z(\omega)$ la densité spectrale de puissance des déplacements des équi-

²Dans le domaine des basses fréquences [0,1 Hz - 1 Hz] la contribution principale est liée à l'action des vagues sur le littoral. Dans le domaine des fréquences allant de [1 Hz -100 Hz] les vibrations sont dues en majeure partie à l'activité humaine, pour notre expérience située dans une zone très urbanisée.

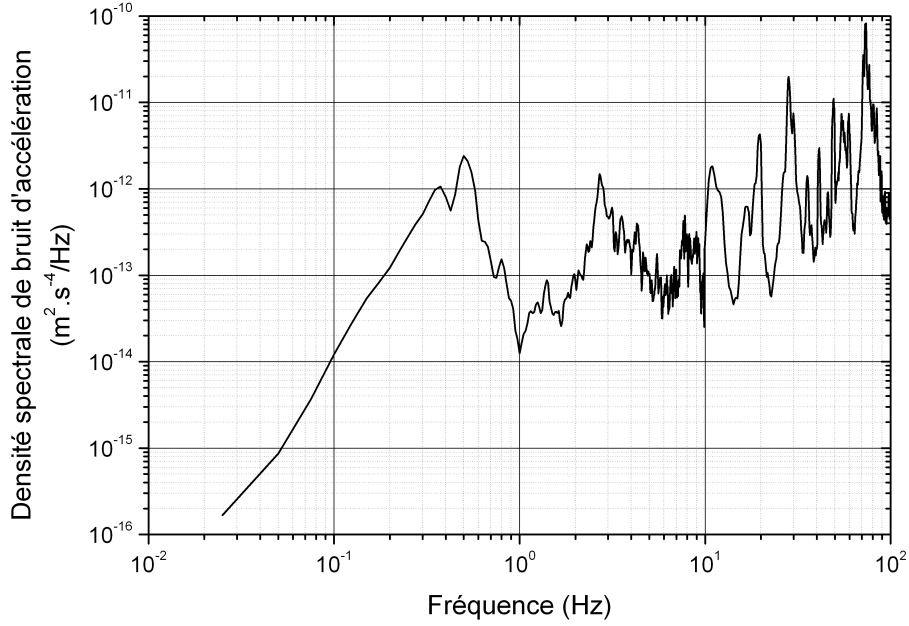


FIG. 5.8 : *Densité spectrale de bruit d'accélération mesurée par le séismomètre sur la plate-forme d'isolation aux vibrations.*

phases lasers, et en utilisant l'équation 3.20, on en déduit l'expression de la variance d'Allan du déphasage d'accélération sur un coup :

$$\sigma_{\phi}^2 = 2k_{\text{eff}}^2 \int_0^{\infty} \sin^2(\omega T_c) S_z(\omega) |H(\omega)|^2 \frac{d\omega}{2\pi} \quad (5.6)$$

En fonction de la densité spectrale d'accélération $S_a(\omega) = \frac{S_z(\omega)}{\omega^2}$ cette relation devient [Cheinet 2006] :

$$\sigma_{\phi}^2 = 2k_{\text{eff}}^2 \int_0^{\infty} \sin^2(\omega T_c) \frac{S_a(\omega)}{\omega^2} |H(\omega)|^2 \frac{d\omega}{2\pi} \quad (5.7)$$

Pour un interféromètre utilisant un temps d'interaction total de 80 ms, le bruit, ramené à une seconde, induit par les vibrations est de l'ordre de 21 mrad, soit environ $9,5 \cdot 10^{-7} \text{ m.s}^{-2}$. Cette estimation est compatible avec le bruit d'accélération obtenu. La différence provient du fait que le spectre de bruit d'accélération a été mesuré en semaine et pendant la journée, c'est-à-dire pendant une période où le niveau de bruit de vibrations est particulièrement fort, tandis que les mesures présentées ont été réalisées du vendredi au dimanche, période pendant laquelle l'environnement vibratoire est plus favorable.

Pour réduire la contribution du bruit d'accélération, nous faisons l'acquisition du séismomètre pendant l'interféromètre. Les vibrations ainsi mesurées sont soustraites au signal

d'accélération obtenu avec les atomes, ce qui permet d'améliorer le rapport signal à bruit d'accélération. Les écarts-types d'Allan des mesures d'accélération, correspondant à la première nuit, avant (points gris) et après (points noirs) correction des vibrations sont représentés sur la figure 5.9. On constate une amélioration d'un facteur 1,5 du rapport signal sur bruit, soit un écart-type d'Allan à 1 seconde de l'ordre de $5,5 \cdot 10^{-7} \text{ m.s}^{-2}$. Une étude récente, réalisée dans notre équipe sur une expérience de gravimètre atomique [LeGouët 2008], a montré que cette réjection est limitée par l'électronique de filtrage du séismomètre. En effet, à la sortie du séismomètre la présence d'un filtre électronique crée un déphasage, qui limite la corrélation entre les vibrations vues par les atomes et celles vues par le séismomètre.

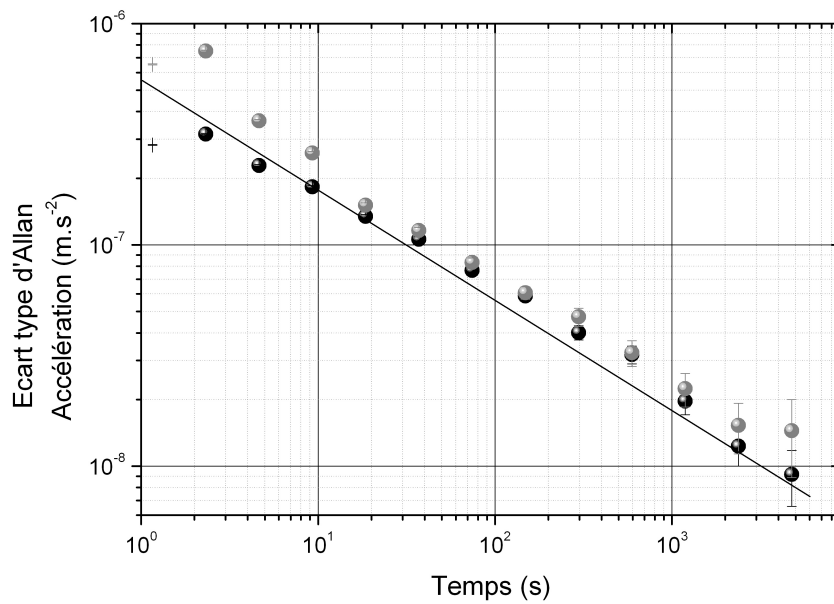


FIG. 5.9 : *Ecart-type d'Allan des mesures d'accélération pendant la nuit, corrigées des effets de marée et des vibrations vues par le séismomètre (points noirs). Les points gris représentent l'écart-type d'Allan des mesures d'accélération pendant la nuit, corrigées des effets de marée sans correction des vibrations.*

Sur cette période, les dérives des biais sont plus faibles, ce qui permet d'atteindre une sensibilité à 1000 secondes de l'ordre de $9,5 \cdot 10^{-9} \text{ m.s}^{-2}$.

5.3.3 Conclusion

La sensibilité à court terme, mesurée avec notre gyromètre atomique, est limitée par le bruit de projection quantique, à un niveau de $\sim 2,4 \text{ rad.s}^{-1}$ pour une seconde d'intégration,

ce qui correspond à un niveau équivalent aux meilleurs gyromètres à fibres commerciaux. Il est par ailleurs raisonnable d'envisager une sensibilité de l'ordre de $4.10^{-8} \text{ rad.s}^{-1}/\sqrt{\text{Hz}}$ en augmentant le nombre d'atomes, d'un ordre de grandeur, et/ou en améliorant le contraste des franges d'interférence.

De plus, les performances court termes obtenues avec l'accéléromètre atomique, $5,5.10^{-7} \text{ m.s}^{-2}$, rivalisent avec les meilleurs gravimètres. Le rapport signal sur bruit est limité par le niveau de vibrations résiduelles sur la plate-forme d'isolation. Une technique de réjection des accélérations parasites, utilisant un filtrage numérique pour compenser les déphasages du séismomètre, a été développée au laboratoire dans le cadre de l'expérience du gravimètre atomique [LeGouët 2008]. Cette technique, qui a permis d'améliorer sensiblement la réjection des vibrations sur le gravimètre, est actuellement en cours d'étude sur notre expérience.

5.4 Limitations de la stabilité long terme

Les applications qui sont envisagées (c.f. chapitre 1), nécessitent un contrôle de la stabilité long terme de l'appareil. Par exemple, la navigation terrestre de très grande exactitude requière une stabilité de l'ordre de $\sim 5.10^{-9} \text{ rad.s}^{-1}$ sur des échelles de temps de 100 minutes (voir les références citées dans [Durfee 2006]), soit un facteur 2 de mieux que la stabilité à 1000 secondes mesurée avec notre gyromètre atomique. Par conséquent, il convient d'étudier ce qui limite la stabilité long terme de l'appareil sur ces échelles de temps.

5.4.1 Stabilité de l'axe d'entrée

Le capteur inertiel mesure une vitesse de rotation et une accélération dans une direction particulière de l'espace, appelée *axe d'entrée*. Pour les mesures d'accélération l'*axe d'entrée* est colinéaire à la direction des faisceaux lasers Raman ; pour les mesures de rotation l'*axe d'entrée* correspond à la normale à l'aire de l'interféromètre. Pour étudier la stabilité long terme des mesures, il convient donc de stabiliser l'orientation des axes d'entrée. Or, l'expérience est posée sur une table flottante anti-vibration dont l'orientation peut dériver au cours du temps. Nous présentons dans cette partie les précautions prises pour mesurer très précisément les mouvements de cette plate-forme. Nous montrons que les fluctuations de l'axe d'entrée induisent des dérives négligeables devant les fluctuations typiques des mesures de rotation et d'accélération.

Dans la configuration étudiée dans ce mémoire, les faisceaux lasers Raman sont dirigés suivant la verticale, nous mesurons donc l'accélération de pesanteur et la composante horizontale de la vitesse de rotation de la Terre. Il s'agit donc de stabiliser l'horizontalité de la

plate-forme pour garantir que la direction des faisceaux lasers Raman reste suivant la direction verticale. De plus, nous mesurons les fluctuations de l'orientation de la plate-forme par rapport à la direction Nord-Sud.

Stabilité de l'inclinaison

On mesure avec un inclinomètre deux axes de grande sensibilité (modèle Applied Geomechanics 701-2), les angles d'inclinaison de la plate-forme d'isolation, autour des axes horizontaux \vec{e}_x et \vec{e}_y (cf. figure 5.10), notés respectivement : θ_x et θ_y .

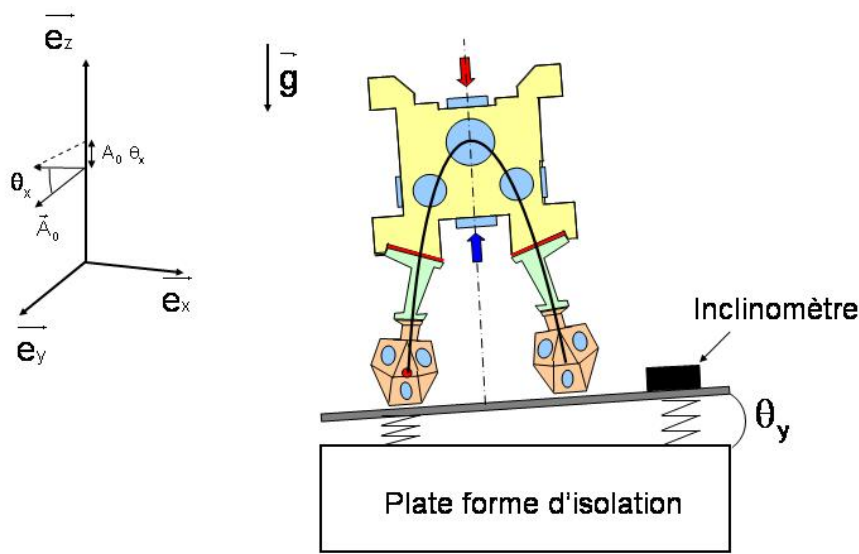


FIG. 5.10 : L'angle entre la plate-forme d'isolation et le plan horizontal (\vec{e}_x, \vec{e}_y) est mesuré à l'aide d'un inclinomètre de grande précision.

Les faisceaux Raman, l'enceinte à vide et la plate-forme d'isolation sont liés rigidement. Par conséquent, les dérives de l'inclinaison de la plate-forme d'isolation peuvent induire des fluctuations des axes d'entrées de l'accéléromètre et du gyromètre.

En effet, les faisceaux Raman sont alignés avec la normale au plan de la plate-forme. Par conséquent, une modification de $\delta\theta$ de l'angle entre la plate-forme et le plan horizontal, se traduit par un changement de la projection de l'accélération de gravité mesurée :

$$\Delta\Phi_{\text{acc}} = \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{g} = k_{\text{eff}} \cdot g \cos \delta\theta \quad (5.8)$$

Par ailleurs, une modification de l'inclinaison de la plate-forme d'isolation induit un changement de la direction de lancement des nuages d'atomes. Par conséquent, la direction de l'aire orientée de l'interféromètre $\vec{A} = \frac{T^2 \hbar}{M} (\vec{k}_{\text{eff}} \wedge \vec{v})$, qui définit l'axe d'entrée du gyromètre, peut être changée, selon qu'il s'agisse d'une fluctuation de l'inclinaison de la plate-forme autour de l'axe perpendiculaire θ_x ou colinéaire θ_y à la vitesse atomique.

Une dérive de l'inclinaison de la plate-forme autour de l'axe colinéaire à l'aire orientée θ_y n'induit aucune correction. Par contre une modification de l'inclinaison θ_x autour d'une direction perpendiculaire à \vec{A}_0 (et contenue dans le plan horizontal) implique que la projection verticale de l'aire orientée n'est plus rigoureusement nulle (c.f. figure 5.10). Par conséquent, la composante verticale $\Omega_z = \vec{\Omega} \cdot \vec{e}_z$ de la rotation de la Terre induit un déphasage non nul :

$$\delta \Delta \Phi_{\text{rot}} \simeq 2k_{\text{eff}} v_l T^2 \Omega_z \delta \theta_x \quad (5.9)$$

où v_l est la vitesse longitudinale des nuages d'atomes et Ω_z la projection sur la direction verticale de la vitesse de rotation de la Terre. Une dérive de $\delta \theta_x$ de l'inclinaison de la plate-forme induit alors, une dérive de la mesure de la vitesse de rotation horizontale de la Terre de l'ordre de : $\frac{\delta \Omega_h}{\delta \theta_x} \simeq 5.10^{-11} \text{ rad.s}^{-1}/\mu\text{rad}$.

Afin de suivre l'évolution des dérives sur le signal d'accélération et de rotation induit par les fluctuations de l'inclinaison de la plate-forme d'isolation, l'inclinaison est enregistrée à chaque cycle de mesure. On représente sur la figure 5.11 les écarts-types d'Allan des mesures de θ_x (en gris), qui est l'angle d'inclinaison autour de l'axe \vec{e}_x colinéaire à l'aire orientée de l'interféromètre, et des mesures de θ_y (en noir), inclinaison autour de l'axe \vec{e}_y orthogonal à l'aire orientée de l'interféromètre.

Nous observons, que l'inclinaison de la plate-forme est stable jusqu'à 100 secondes et meilleure que 0,1 μrad . Cependant, cette valeur dérive sur les temps longs, à 10000 secondes son écart type d'Allan vaut 2,5 μrad , ce qui correspond à une dérive du signal d'accélération d'environ $3.10^{-12} \text{ m.s}^{-2}$ et à une dérive de l'ordre de $10^{-10} \text{ rad.s}^{-1}$ pour le signal de rotation. Ces dérives sont notablement plus faibles (environ 2 ordres de grandeur) que celle effectivement mesurées. Par conséquent, les fluctuations de l'inclinaison de la plate-forme d'isolation, ne sont pas une limite à la stabilité de nos mesures.

Stabilité de l'orientation

Lorsque la plate-forme d'isolation est parfaitement horizontale, la vitesse de rotation mesurée correspond à la projection horizontale de la vitesse de rotation de la Terre, qui s'exprime en fonction de l'angle θ_z (appelé θ dans le reste du manuscrit) entre la direction de l'axe d'entrée et la direction Est-Ouest : $\Omega_h \sin \theta_z$. Nous avons utilisé cette sensibilité, au chapitre 4,

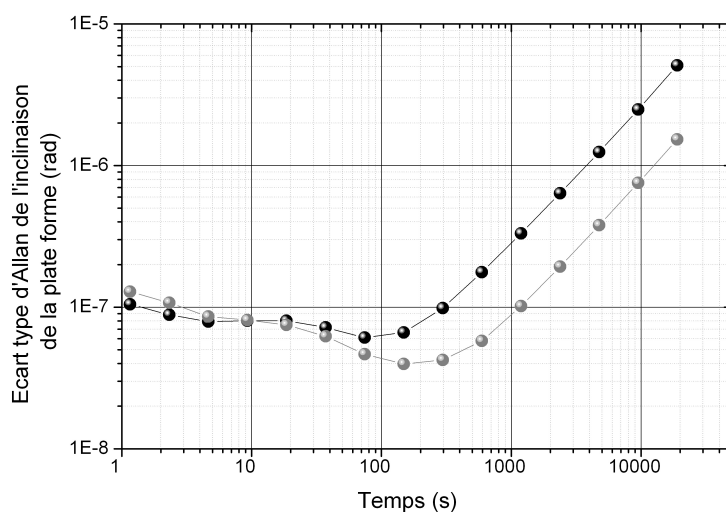


FIG. 5.11 : *Ecart-type d'Allan de l'inclinaison de la plate-forme d'isolation autour de la direction colinéaire à l'aire orientée de l'interféromètre (noir) et autour de la direction perpendiculaire à l'aire orientée de l'interféromètre (gris), mesuré avec l'inclinomètre.*

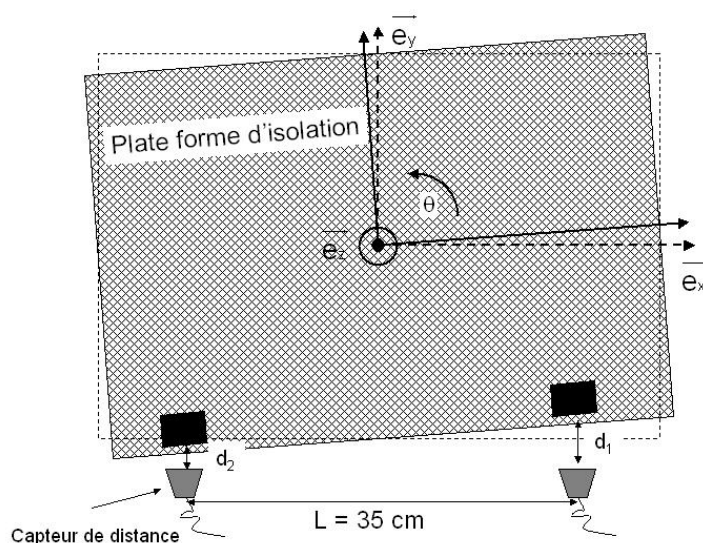


FIG. 5.12 : *Schéma de la plate-forme d'isolation des vibrations, vue de dessus. On a représenté en pointillés l'orientation de la plate-forme pour laquelle l'aire orientée de l'interféromètre est parfaitement alignée avec la direction Est-Ouest. En trait plein, la plate-forme a tourné de θ_z et donc l'aire de l'interféromètre n'est plus parfaitement orientée dans la direction Est-Ouest.*

pour mesurer le facteur d'échelle et le biais du signal de rotation. Cependant, une rotation "incontrôlée" de la plate-forme autour de la direction verticale, entraîne une rotation de l'axe d'entrée de l'interféromètre et donc une dérive du signal mesuré. En particulier, lorsque le dispositif est orienté pour mesurer les fluctuations des biais, i.e. pour une projection nulle de la rotation de la Terre $\theta_z \simeq 0$, le signal de rotation est sensible au premier ordre aux fluctuations $\delta\theta_z$ de l'orientation de la plate-forme : $\Delta\Phi_{\text{rot}} \simeq -2k_{\text{eff}}vT^2\delta\theta_z\Omega_h$. Soit une sensibilité de l'ordre de : $4,8.10^{-11} \text{ rad.s}^{-1}/\mu\text{rad}$.

L'orientation de la plate-forme d'isolation est mesurée avec deux capteurs de distance inductif (modèle Contrinex DW-AS-509) fixés à deux extrémités du châssis de la plate-forme d'isolation (cf. figure 5.12). La distance entre ces capteurs vaut $L = 35 \text{ cm}$. On déduit des mesures des distances d_1 et d_2 , l'angle $\theta_z = \frac{d_2 - d_1}{L}$.

La stabilité du dispositif de mesure de l'angle θ_z est évaluée en immobilisant la plate-forme. L'écart-type d'Allan de cette mesure est représenté par la courbe en gris sur la figure 5.13. La sensibilité du dispositif de mesure s'intègre comme un bruit blanc avec une sensibilité de $0,35 \mu\text{rad.Hz}^{-\frac{1}{2}}$ pendant 10 secondes. Ensuite, on atteint un pallier entre 10 et 100 secondes avec une sensibilité de l'ordre de $0,1 \mu\text{rad}$. Sur des échelles de temps plus longues, on constate une dérive linéaire du dispositif de mesure.

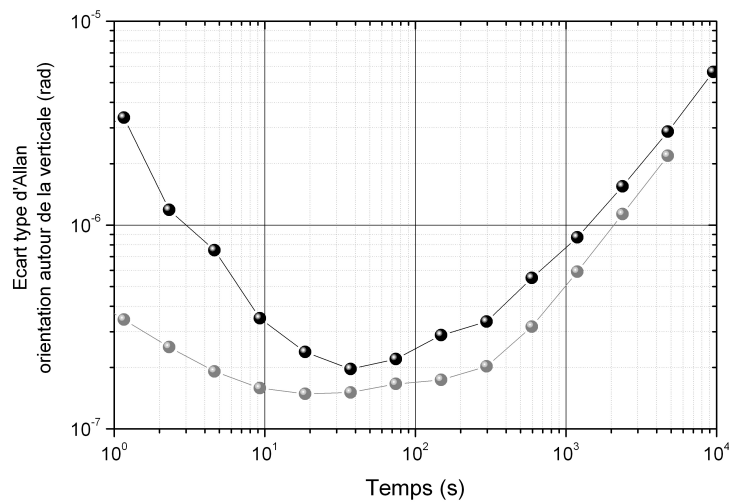


FIG. 5.13 : *Ecart-type d'Allan de l'orientation de l'aire interférométrique (points noirs), par rapport à la direction Est-Ouest, mesurée à l'aide de deux capteurs de distance dont les dérives intrinsèques correspondent aux points gris.*

La courbe en noire sur la figure 5.13 représente l'écart type d'Allan de l'orientation θ de la plate-forme d'isolation réalisée pendant le fonctionnement habituel de l'expérience. Les

mesures de l'orientation s'intègrent jusqu'à 100 secondes puis dérivent ensuite. Pour un temps d'intégration de 20000 secondes, on mesure une dérive de l'ordre de $10 \mu\text{rad}$, ce qui se traduit par une dérive du signal de rotation de l'ordre de $4,8 \cdot 10^{-10} \text{ rad.s}^{-1}$, cette dérive est bien plus faible que les dérives des mesures de rotation obtenues. Par ailleurs, la stabilité de l'orientation est probablement meilleure, puisqu'il semble que la stabilité de cette mesure soit limitée par les performances du système de mesure de l'angle θ_z ; comme le suggère la comparaison entre la stabilité du système immobile, points gris, et du système flottant, points noirs, (voir figure 5.13).

5.4.2 Stabilité de la puissance des lasers Raman

Nous avons vu au chapitre 4 que le déplacement lumineux à deux photons induit un biais important, proportionnel à la puissance totale des faisceaux Raman, qui ne se rejette pas en inversant k_{eff} . Par conséquent, une fluctuation de la puissance Raman peut dégrader la stabilité du biais de l'interféromètre.

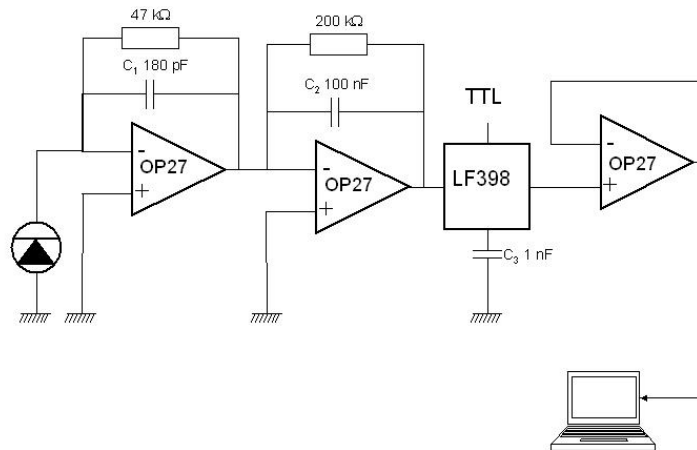


FIG. 5.14 : Schéma de principe du dispositif électronique permettant de mesurer la puissance laser intégrée pendant la durée de la troisième impulsion Raman.

Il convient donc de mesurer la puissance des faisceaux Raman pendant les mesures, afin d'estimer le biais créé sur l'interféromètre. Pour cela, la puissance Raman est mesurée pendant la troisième impulsion sur un bord du faisceau. On utilise un montage trans-impédance avec un temps de montée de $8 \mu\text{s}$ et un dispositif intégrateur afin d'obtenir une tension proportionnelle à la puissance moyenne de l'impulsion laser. Cette tension est stockée dans une

mémoire analogique réalisée avec le condensateur C3 et le composant *LF398*, grâce auquel il est possible de commander par un signal numérique l'acquisition de la tension à mémoriser ou de réinitialiser la mémoire (le schéma de principe est représenté sur la figure 5.14). L'acquisition de cette tension est réalisée 80 ms après l'impulsion Raman, à la fin du cycle de mesure. Pour assurer une stabilité optimale du dispositif, il est nécessaire d'ajuster soigneusement les différentes capacités et charges du montage, nous avons vérifié que la tension ainsi mémorisée fluctue de moins de 0,1 % sur 5 secondes.

La figure 5.15 montre l'écart-type d'Allan de la mesure de la puissance Raman réalisée de façon synchrone avec les mesures interférométriques. On constate que pour des durées d'intégration de l'ordre de 10 secondes, les fluctuations de puissance sont maximales et valent environ 3%. Pour des temps plus longs la puissance Raman se moyenne comme un bruit blanc, et atteint une stabilité de l'ordre de 0,3 % à 2000 secondes.

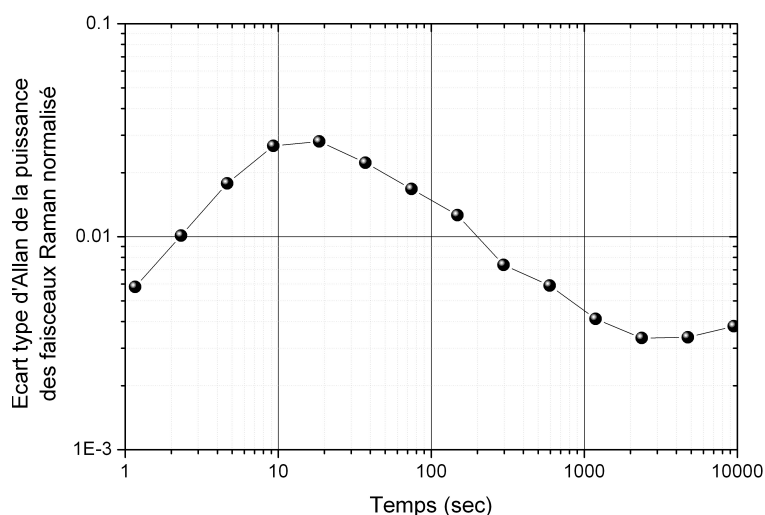


FIG. 5.15 : *Ecart-type d'Allan de la puissance des faisceaux Raman, mesuré pendant la troisième impulsion Raman avec une photodiode, sur le bord du faisceau.*

En utilisant les résultats du chapitre 4, nous en déduisons les fluctuations du biais sur le signal d'accélération et de rotation induit par le déplacement lumineux à deux photons. Pour des temps d'intégration de l'ordre de 10 secondes les fluctuations de biais sont de l'ordre de $9 \cdot 10^{-8} \text{ m.s}^{-2}$ pour l'accélération et $2,4 \cdot 10^{-8} \text{ rad.s}^{-1}$ pour la rotation. Pour les temps d'intégration plus longs ces fluctuations se moyennent, à 1000 secondes l'effet induit sur le signal d'accélération limite la stabilité à $1,5 \cdot 10^{-8} \text{ m.s}^{-2}$ et à $4,5 \cdot 10^{-9} \text{ rad.s}^{-1}$ pour le signal de rotation. Par conséquent, les fluctuations de puissance des lasers ne sont pas une limite pour la stabilité du signal de rotation ($2 \cdot 10^{-8} \text{ rad.s}^{-1}$ à 1000 secondes). La stabilité du signal d'accé-

lération, $2,5 \cdot 10^{-8} \text{ m.s}^{-2}$ à 1000 secondes, peut être limitée par les fluctuations de puissance des lasers.

5.4.3 Limite de la stabilité des mesures d'accélération et de rotation

Nous avons démontré au chapitre 4 qu'il était possible d'orienter le dispositif expérimental pour que la vitesse de rotation mesurée soit nulle. Avec cette configuration expérimentale, la stabilité de l'interféromètre est donc limitée par les fluctuations des biais $\Delta\Phi_{\text{biais-rot/acc}}(t)$.

Fluctuation des biais de rotation

Les dérives du biais sur le signal de rotation sont principalement dues aux fluctuations des trajectoires atomiques. En effet, nous avons établi au chapitre 4 que la sensibilité du signal de rotation à un déplacement est de l'ordre de $10^{-9} \text{ rad.s}^{-1}/\mu\text{m}$. L'écart-type d'Allan de la position des pièges magnéto-optiques à 1000 secondes est de l'ordre de $15 \mu\text{m}$ ce qui correspond à une dérive de l'ordre de $1,7 \cdot 10^{-8} \text{ rad.s}^{-1}$, compatible avec les dérives enregistrées sur le signal de rotation. La sensibilité à ces défauts de superposition peut être induite soit par des défauts de front d'onde, soit par le déplacement lumineux à deux photons.

Afin de limiter l'influence du déplacement lumineux à deux photons, nous avons récemment effectuer des mesures différentielles en alternant deux puissances lasers Raman différentes. Nous n'avons pas constater d'améliorations significatives de la stabilité du signal de rotation. Nous pouvons donc conclure que la stabilité du signal de rotation est limitée par les fluctuations de trajectoire couplées aux défauts de front d'onde.

La stabilisation du biais induit par les défauts de front d'onde est plus ardue, car nous n'avons aucun moyen de les mesurer indépendamment, par ailleurs la position des sources d'atomes dans le faisceau laser est difficilement quantifiable. Cependant, on peut envisager de réduire ce biais en plaçant le système de rétro réflexion ($\lambda/4$ + miroir de retour) à l'intérieur de l'enceinte à vide, afin de s'affranchir des aberrations induites par le hublot, qui représente la plus forte contribution. Par ailleurs, pour limiter les biais dus aux défauts de front d'onde, il peut être envisagé de déformer localement le miroir de retour en ajoutant des contraintes pour que les gradients de front d'onde vus par les atomes soient plus faibles.

Limites de la stabilité du signal d'accélération

Sur les temps longs, les fluctuations de position des deux sources atomiques sont probablement décorréliées. Dans ce cas, les déphasages induits par les dérives en position couplées aux défauts de front d'onde sont similaires pour les signaux de rotation et d'accélération. Pour éva-

luer cet effet sur le signal d'accélération, on prend la limite obtenue pour le signal de rotation ($2.10^{-8} \text{ rad.s}^{-1}$), on déduit la dérive correspondante en déphasage : 0,3 mrad à 1000 secondes. Par conséquent, les fluctuations de trajectoires atomiques induisent des dérives d'accélération de $1,2 \cdot 10^{-8} \text{ m.s}^{-2}$.

De plus, nous avons vu que le déplacement lumineux à deux photons induit un biais, dont les variations en fonction de la puissance totale des faisceaux Raman P_R valent $3.10^{-8} \text{ m.s}^{-2}/(\%P_R)$. L'écart-type d'Allan de la puissance des faisceaux Raman est de l'ordre de 0,5 % après 1000 secondes d'intégration, soit une fluctuation du déphasage mesuré sur le signal d'accélération de l'ordre de $1,5 \cdot 10^{-8} \text{ m.s}^{-2}$.

En considérant ces deux biais indépendants, les fluctuations sur le signal d'accélération sont estimées à environ $2.10^{-8} \text{ m.s}^{-2}$ à 1000 secondes. Ces dérives sont compatibles avec celles effectivement mesurées. Nous pouvons donc conclure que la stabilité du signal d'accélération est limitée par les fluctuations de trajectoires atomiques couplées aux défauts de front d'onde et aux fluctuations de la puissance des faisceaux Raman.

5.5 Stabilité du facteur d'échelle

Nous avons vérifié expérimentalement, avec un très bon accord, les formules calculées au premier ordre des déphasages inertiels. Les fluctuations du facteur d'échelle du signal de rotation s'écrivent alors :

$$\left(\frac{\sigma_{S_{\text{rot}}}}{S_{\text{rot}}}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_{k_{\text{eff}}}}{k_{\text{eff}}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_v}{v}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{2T}\right)^2 \quad (5.10)$$

On rassemble dans le tableau 5.1 les contributions dues aux fluctuations de facteur d'échelle induites par les fluctuations de fréquence du laser maître, les fluctuations de la vitesse de lancement et les fluctuations de la durée T entre deux impulsions Raman. Les fluctuations à court terme de la fréquence du laser maître sont évaluées à partir des mesures de bruit de fréquence de nos lasers, présentées dans [Bize 2001]. Nous n'avons pas réalisé de mesures de la stabilité long terme des lasers, mais nous avons vérifié que les dérives du signal d'erreur (lorsque l'on asservit le laser maître d'un jour à l'autre) correspondent à des dérives en fréquence inférieures à 1 MHz. Les fluctuations de vitesse de lancement des atomes ont été mesurées dans [Canuel 2007] et révèlent une stabilité court terme de l'ordre de $3.10^{-5} \text{ m.s}^{-1}$ et une stabilité après 1000 secondes d'intégration de l'ordre de $1.10^{-5} \text{ m.s}^{-1}$. Enfin, une très bonne stabilité, $< 10 \text{ ns}$, du temps d'interaction T est garantie par les cartes compteurs utilisées pour le pilotage des acousto-optiques.

La stabilité long terme du facteur d'échelle est estimée après 1000 secondes d'intégration à 10 ppm, ce qui est compatible avec les applications envisagées pour la navigation inertielle

	court terme	long terme
$\frac{\sigma_{k_{\text{eff}}}}{k_{\text{eff}}}$	$2 \cdot 10^{-13}$	$< 10^{-9}$
$\frac{\sigma_v}{v_0}$	10^{-4}	$3 \cdot 10^{-5}$
$\frac{\sigma_T}{2T}$	10^{-7}	$< 10^{-7}$

TAB. 5.1 : Contributions aux dérives du facteur d'échelle. Les fluctuations de vitesse de lancement limitent la stabilité du facteur d'échelle.

et comparable avec les stabilités de facteur d'échelle des meilleurs gyromètres à fibre commerciaux. Ces fluctuations du facteur d'échelle correspondent à une fluctuation sur le signal de rotation de l'ordre de $10^{-10} \text{ rad.s}^{-1}$. La stabilité du facteur d'échelle est clairement limitée par les fluctuations de la vitesse de lancement.

5.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les performances du *gyromètre-accéléromètre*, dans la configuration où les faisceaux lasers Raman sont orientés suivant la direction verticale et l'aire interférométrique suivant la direction horizontale Est-Ouest. Le capteur est alors sensible à l'accélération de pesanteur g sur le signal d'accélération et aux fluctuations de biais sur le signal de rotation.

Nous avons démontré que la sensibilité court terme des mesures d'accélération est limitée par les vibrations résiduelles à environ $5 \cdot 10^{-8} \text{ m.s}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$. Le bruit des mesures de rotation est limité par le bruit de projection quantique, il vaut $2,4 \cdot 10^{-7} \text{ rad.s}^{-1}/\sqrt{\text{Hz}}$. L'étude des performances du système de détection et des déphasages parasites ont montré qu'une sensibilité de l'ordre de $4 \cdot 10^{-8} \text{ rad.s}^{-1}/\sqrt{\text{Hz}}$ pouvait être atteinte en augmentant le nombre d'atomes d'un ordre de grandeur, ce qui est aujourd'hui envisageable avec l'amélioration des techniques de chargement d'atomes. Pour le signal d'accélération, le développement de techniques de réjection des vibrations plus performantes devrait permettre des améliorations significatives du rapport signal sur bruit.

Enfin, l'écart-type d'Allan des signaux de rotation et d'accélération se moyenne jusqu'à 1000 secondes, les sensibilités mesurées pour ce temps d'intégration valent $2 \cdot 10^{-8} \text{ rad.s}^{-1}$ et $2,5 \cdot 10^{-8} \text{ m.s}^{-2}$. Pour le signal de rotation, nous avons mis en évidence que ces dérives sont

dues aux fluctuations de trajectoire des atomes couplées aux défauts de front d'onde. Pour le signal d'accélération la stabilité est limitée par les fluctuations de trajectoire des atomes couplées aux défauts de front d'onde, et par les fluctuations de puissance des lasers Raman.

Par ailleurs, en sélectionnant les mesures réalisées pendant la nuit, i.e. pendant des périodes où les fluctuations de température sont plus faibles, les sensibilités aux mesures de rotation et d'accélération atteignent 10^{-8} rad.s⁻¹ et $9,5.10^{-9}$ m.s⁻².

Chapitre 6

Conclusion

6.1 Bilan de la thèse

LES travaux présentés dans ce mémoire ont porté sur l'étude d'un gyromètre-gravimètre à atomes froids, fondé sur l'utilisation d'un double interféromètre de Ramsey-Bordé. Les principaux résultats de cette thèse concernent l'amélioration de la sensibilité limite de l'appareil et une évaluation de l'exactitude des mesures de rotation et d'accélération.

Ces études requièrent souvent de réaliser des mesures pendant plusieurs jours. Pour cela, nous avons dû remplacer le banc optique Raman par un dispositif plus fiable. De plus, ce nouveau dispositif nous a permis d'obtenir une puissance Raman plus importante, améliorant ainsi le contraste des franges d'interférence.

Par ailleurs, l'optimisation des paramètres du système de détection a permis d'atteindre le bruit de projection quantique correspondant au nombre maximal d'atomes disponibles avec le dispositif actuel.

Grâce à ces modifications, nous avons pu dépasser les limites expérimentales mises en évidence dans la thèse de B. Canuel. **Pour les rotations**, nous avons obtenu une sensibilité à court terme de $2,4 \cdot 10^{-7} \text{ rad.s}^{-1}$ à 1 seconde, limitée par le **bruit de projection quantique**, soit une amélioration de près d'un facteur 2 par rapport aux mesures précédentes. Ces mesures se moyennent comme un bruit blanc, pendant 1000 secondes. Nous avons mis en évidence, que des dérives, liées aux défauts de fronts d'onde couplés aux fluctuations des trajectoires atomiques, limitent la stabilité des mesures de rotation. La sensibilité limite obtenue est de l'ordre de $1 \cdot 10^{-8} \text{ rad.s}^{-1}$ à 1000 secondes, ce qui correspond à une stabilité du biais¹ de l'ordre de 1 mdeg/h; ces performances sont du même ordre que celles obtenues avec les gyro-lasers commerciaux utilisés pour la navigation ($\sim 2 \text{ mdeg/h}$).

¹La stabilité du biais est obtenue en multipliant le minimum de l'écart-type d'Allan par 0,6648 [Durfee 2006]

La sensibilité à court terme des mesures d'**accélération** est limitée par le niveau de bruit induit par les vibrations résiduelles auquel est soumis l'expérience. Afin de réduire ce bruit, nous avons mis en place une technique de réjection de ces vibrations à l'aide d'un sismomètre. La sensibilité mesurée à court terme est alors de $5.10^{-7} \text{ m.s}^{-2}$, soit une amélioration d'environ un facteur 2 par rapport aux mesures précédentes. Cette sensibilité est limitée par une corrélation imparfaite entre les mesures réalisées avec l'interféromètre atomique et celles réalisées avec le séismomètre. La stabilité à long terme du signal d'accélération est limitée par les défauts de front d'onde couplé aux fluctuations de trajectoires atomique et par les fluctuations du déplacement lumineux à deux photons induit par les fluctuations d'intensité laser. Après 1000 secondes d'intégration, la sensibilité des mesures d'accélération est de $1 \cdot 10^{-8} \text{ m.s}^{-2}$. Cette sensibilité est comparable à celle des meilleurs gravimètres de laboratoire.

Nous avons également réalisé une étude de l'exactitude des mesures de rotation. Pour cela, il est nécessaire d'évaluer séparément l'incertitude liée au facteur d'échelle (déphasage proportionnel à la vitesse de rotation) et aux biais de mesures (déphasage indépendant de la vitesse de rotation). Cette étude a pu être réalisée en modifiant l'orientation de l'interféromètre par rapport à la direction Nord-Sud, correspondant à différentes projections de la vitesse de rotation de la Terre. Nous avons alors déduit de ces mesures un biais de l'ordre de 28 mrad, environ $2.10^{-6} \text{ rad.s}^{-1}$. De plus, cette mesure nous a permis de vérifier, avec un très bon accord, que le déphasage induit par une rotation est proportionnel à la vitesse de rotation.

Afin de compléter cette étude, nous avons mesuré le déphasage de rotation et d'accélération en fonction du temps d'interaction. Nous avons ainsi vérifié expérimentalement que les facteurs d'échelle des signaux de rotation et d'accélération dépendaient quadratiquement du temps d'interaction.

Afin de déterminer l'origine des biais sur les mesures de rotation et d'accélération, nous avons effectué une étude détaillée des déphasages induits par les séparatrices lasers : déplacement lumineux à un photon, déplacement lumineux à deux photons, défauts de fronts d'onde des lasers Raman.

Nous avons montré que le déphasage induit par les déplacements lumineux à un photon sont rejetés grâce à une technique de renversement du vecteur d'onde effectif. Par ailleurs, nous avons mis en évidence l'effet des déplacements lumineux à deux photons, induits par des transitions Raman non résonantes. Nous avons montré que les déphasages induits par ces déplacements de fréquence limitent la stabilité des mesures d'accélération mais n'induisent pas de dérives sur les mesures de rotation.

Enfin, au cours de cette thèse nous avons démontré expérimentalement l'impact des défauts de front d'onde sur la stabilité long terme et sur le biais de l'interféromètre. A l'issue de

cette étude, il est clair que l'exactitude des mesures de rotation et d'accélération est limitée par les défauts de fronts d'onde.

6.2 Perspectives

Les travaux réalisés pendant cette thèse ont permis de dégager les points difficiles pour réaliser un gyromètre à atomes froids de très haute résolution. Pour cela, nous avons utilisé un dispositif avec une trajectoire courbe qui permet d'utiliser un seul faisceau Raman permettant de réaliser de nombreux tests. Cependant, cette configuration n'est pas la mieux adaptée pour obtenir les meilleures performances. Nous présentons dans un premier temps les améliorations en cours de développement sur le dispositif actuel. Puis nous présentons deux géométries différentes qui devraient permettre d'améliorer significativement les performances des gyromètres atomiques.

6.2.1 Géométrie identique

Mesures sans isolation des vibrations

Actuellement, nous étudions la faisabilité de mesures de rotation et d'accélération sans isolation des vibrations. Pour cela, on utilise le niveau de vibration élevé pour balayer les franges d'interférence. Un ajustement sinusoïdal des jeux de frange fournis par chacun des interféromètres, permet de déduire le déphasage lié à la vitesse de rotation. Les premiers résultats obtenus avec cette méthode sont encourageants. Cette méthode ouvre la voie à de véritables gyromètres atomiques "tout-terrain".

Fonctionnement jointif

Tout en conservant la géométrie actuelle, il pourrait être avantageux d'augmenter le taux de répétition des mesures pour améliorer la sensibilité aux effets inertiels. Il est ainsi prévu de faire fonctionner l'expérience d'une façon "jointive". Avec ce mode fonctionnement, la première et la troisième impulsion ont lieu simultanément pour deux nuages différents provenant de la même source atomique. Ce procédé permettra de passer d'un taux de cadence de ~ 2 Hz à ~ 12 Hz permettant un gain maximal de $\sqrt{6}$ en sensibilité. En outre, ce procédé permet de réaliser des mesures sans temps morts et donc de limiter le bruit dû au repliement de spectre des composantes hautes fréquences ; on s'attend alors à un gain sur la sensibilité aux vibrations.

6.2.2 Nouvelle géométrie

Trajectoires tendues

Pour améliorer la sensibilité aux mesures de rotation, il peut être envisagé d'utiliser une géométrie similaire (double interféromètre contre-propageant) avec des trajectoires plus "tendues". Ainsi pour une vitesse de lancement identique à celle utilisée dans notre expérience ($\sim 2,4 \text{ m.s}^{-1}$) la vitesse longitudinale, et donc la sensibilité aux rotations, sera plus élevée. Considérons des trajectoires atomiques lancées à $\sim 2,4 \text{ m.s}^{-1}$ avec un angle de 65° par rapport à la verticale, la vitesse longitudinale vaut alors $\sim 2 \text{ m.s}^{-1}$. Par conséquent, pour un temps d'interaction identique ($2T = 80 \text{ ms}$) la sensibilité aux rotations est 7 fois plus grande. De plus, les temps morts sont réduits, ce qui permet d'augmenter la cadence de l'appareil, et donc sa sensibilité sur une seconde.

Par ailleurs, la stabilité de vitesse sera identique : $\sim 10^{-5} \text{ m.s}^{-1}$. Par conséquent, la stabilité relative du facteur échelle est améliorée et permet d'atteindre 5 ppm, comparable avec les meilleurs gyromètres de laboratoire [Durfee 2006].

Enfin, l'influence des effets liés aux défauts de fronts d'onde sera moins importante pour cette géométrie utilisant des trajectoires tendues. En effet, les déplacements des atomes dans les faisceaux Raman liés aux fluctuations de vitesses s'écrivent $\delta x = \delta v T_a$, où T_a est le moment de l'apogée. Nous avons montré que pour de petits déplacements, les dérives du biais induit par les défauts de front d'onde peuvent être linéarisées $\delta \Phi \propto T_a \Delta v$. En exprimant ces dérives en vitesse de rotation, on obtient : $\delta \Omega \propto T_a \frac{\Delta v}{2kT^2 v_l}$. Par conséquent, le gain obtenu, sur les dérives de biais, en utilisant une trajectoire tendue s'écrit :

$$\frac{\delta \Omega_{\text{tendue}}}{\delta \Omega_{\text{courbe}}} = \frac{T_{\text{courbe}}}{T_{\text{tendue}}} \frac{v_{l\text{tendue}}}{v_{l\text{courbe}}} \quad (6.1)$$

Dans l'exemple utilisé plus haut, le moment de l'apogée vaut $T_{\text{tendue}} = 100 \text{ ms}$ et la vitesse longitudinale $v_{l\text{tendue}} = 2 \text{ m.s}^{-1}$. Dans notre expérience, le moment de l'apogée vaut $T_{\text{courbe}} = 242 \text{ ms}$ et la vitesse longitudinale $v_{l\text{courbe}} = 0,3 \text{ m.s}^{-1}$. On s'attend donc à ce que les effets liés aux défauts de fronts d'onde soient 15 fois plus faibles.

Dans le tableau 6.1, on compare les performances des deux géométries. On suppose que la stabilité du biais est limitée par les défauts de fronts d'onde.

L'évaluation que nous venons de faire dans le cas d'une configuration avec des trajectoires atomiques plus tendues montre que des performances équivalentes aux meilleurs gyromètres de laboratoires peuvent être obtenues avec un appareil relativement compact en utilisant des atomes froids. Néanmoins, l'inconvénient de cette géométrie est que la distance parcourue par les atomes dans l'interféromètre impose d'utiliser trois faisceaux lasers séparés spatialement,

	trajectoire courbe	trajectoire tendue
Aire interféromètre	4 mm ²	30 mm ²
Stabilité facteur d'échelle (ppm)	30	5
Stabilité du biais (rad.s ⁻¹)	1.10 ⁻⁸	7.10 ⁻¹⁰

TAB. 6.1 : Comparaison des performances obtenue avec la géométrie actuelle et celle attendue avec une trajectoire plus tendue.

dont on devra tester la stabilité relative. Un gyromètre à atomes froids avec des trajectoires tendues est en cours de réalisation dans l'équipe de E. Rasel à Hanovre [Muller 2008].

Interféromètre vertical en ailes de papillon

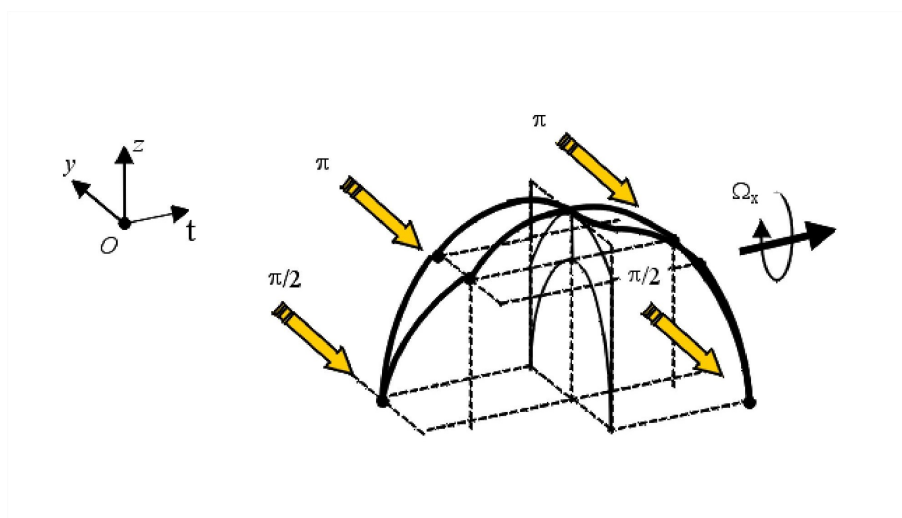


FIG. 6.1 : Le schéma déplié de l'interféromètre permet de représenter la séquence temporelle à quatre impulsions. Il est important de noter que les trajectoires atomiques restent dans le même plan (y,z).

Pour améliorer la sensibilité, nous envisageons de réaliser un gyromètre avec une seule source d'atomes froids, lancés suivant la direction verticale. Les atomes subissent alors une séquence de quatre impulsions Raman $\frac{\pi}{2} - \pi - \pi - \frac{\pi}{2}$ pour former un interféromètre croisé sur lui-même (voir figure 6.1). On montre que le déphasage dû à l'accélération uniforme est nul ; il est donc possible de mesurer la rotation, selon l'axe horizontal, de l'appareil avec une seule source atomique. Cette géométrie a été testée avec notre dispositif [Canuel 2006]. La réalisation d'une nouvelle enceinte à vide est en cours de réalisation, elle devrait permettre

d'augmenter l'aire de l'interféromètre par un facteur 300, pour un temps d'interaction de 400 ms.

Les gyromètres à ondes atomiques de grande sensibilité commencent à être étudiés pour la navigation inertielle de très haute précision. Par ailleurs, les performances de ce type d'instrument permettront de mesurer des paramètres fondamentaux en géophysique encore inaccessible à l'expérience, comme les fluctuations de la direction de l'axe de rotation de la Terre sur des échelles de temps relativement court (quelques heures). Enfin, à plus long terme, une version embarquée de ce type de gyromètre pourrait effectuer certains tests de relativité générale comme la mesure de l'effet LENSE-THIRRING proposé à l'Agence Spatiale Européenne dans le projet HYPER.

Cependant, ces applications demandent encore de nombreux travaux de recherche permettant d'atteindre un niveau de stabilité sur le long terme allant de quelques heures à quelques mois. Il est donc primordial de pousser la sensibilité de nos instruments. Pour cela, de nombreux tests devront être effectués nécessitant des interféromètres atomiques les plus modulables possibles.

Annexe A

Passage dans le référentiel inertiel

A.1 Définitions et notations :

L'hamiltonien dans le référentiel des lasers s'écrit :

$$H = H_0 + \frac{\hat{p}^2}{2M} + \vec{\Omega} \cdot \hat{\vec{L}} + V_L(\hat{\vec{r}}, t) \quad (\text{A.1})$$

où $\hat{\vec{p}}$ est l'opérateur impulsion, $\hat{\vec{L}} = \hat{\vec{r}} \wedge \hat{\vec{p}}$ est le moment cinétique de l'atome et où $V_L(\hat{\vec{r}}, t)$ le potentiel d'interaction avec les lasers. La transformation unitaire qui permet de passer dans le référentiel inertiel [Baym] s'écrit :

$$\mathcal{R} = \exp\left(\frac{i}{\hbar} \vec{\Omega} \cdot \hat{\vec{L}} t\right) \quad (\text{A.2})$$

Dans ce référentiel l'évolution de l'atome est régit par l'hamiltonien donné par :

$$\tilde{H} = \mathcal{R} H \mathcal{R}^+ + i\hbar \left(\frac{d}{dt} \mathcal{R} \right) \mathcal{R}^+ \quad (\text{A.3})$$

Pour alléger les calculs, on suppose que la vitesse de rotation est selon la direction \vec{z} :

$$\vec{\Omega} = \Omega \cdot \vec{z}$$

.

A.2 Calcul de l'hamiltonien dans le référentiel tournant :

A.2.1 Calcul de $\mathcal{R} H \mathcal{R}^+$

Dans un premier temps on calcule $\mathcal{R} H \mathcal{R}^+$ (équation A.4). Pour cela, on exprimera chacun des termes de l'équation A.4 à l'ordre 1 en Ωt .

$$\mathcal{R} H \mathcal{R}^+ = H_0 + \mathcal{R} \frac{\hat{p}^2}{2M} \mathcal{R}^+ + \mathcal{R} V_L \mathcal{R}^+ + \mathcal{R} \Omega \cdot \vec{\hat{L}}_z \mathcal{R}^+ \quad (\text{A.4})$$

Expression de $\mathcal{R} \frac{\hat{p}^2}{2M} \mathcal{R}^+$

On calcul d'abord $\mathcal{R} \frac{\hat{p}^2}{2M} \mathcal{R}^+$, pour cela on fait un développement au premier ordre en Ωt de $\mathcal{R} \simeq 1 + \frac{i}{\hbar} \Omega t L_z$. On obtient alors :

$$\begin{aligned} \mathcal{R} \frac{\hat{p}^2}{2M} \mathcal{R}^+ &= \frac{1}{2M} \left(1 + \frac{i}{\hbar} \Omega t L_z \right) \hat{p}^2 \left(1 - \frac{i}{\hbar} \Omega t L_z \right) \\ &= \frac{1}{2M} \left(\hat{p}^2 - \frac{(\Omega t)^2}{\hbar^2} L_z \hat{p}^2 L_z + \frac{i}{\hbar} \Omega t [L_z, \hat{p}^2] \right) \\ &\simeq \frac{\hat{p}^2}{2M} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Expression de $\mathcal{R} \Omega L_z \mathcal{R}^+$

On calcule ce terme à l'ordre 1 en Ωt :

$$\begin{aligned} \mathcal{R} \Omega L_z \mathcal{R}^+ &= \left(1 + \frac{i}{\hbar} \Omega t L_z \right) \Omega L_z \left(1 - \frac{i}{\hbar} \Omega t L_z \right) = \Omega L_z \left(1 - \left(\frac{(\Omega t)^2}{\hbar} \cdot L_z^2 \right) \right) \\ &\simeq \Omega L_z \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Expression de $\mathcal{R} V_L \mathcal{R}^+$

Dans l'approximation dipolaire électrique, l'hamiltonien d'interaction atome-laser s'écrit $-\hat{d} \cdot \vec{\epsilon} \exp[-i(\omega t + \phi)] \cdot \exp[ik\hat{y}]$. Par conséquent, en négligeant le changement de polarisation du laser lors de la rotation, il s'agit de calculer :

$$\mathcal{R} V_L \mathcal{R}^+ = -\hat{d} \cdot \vec{\epsilon} \exp[-i(\omega t + \phi)] \cdot \mathcal{R} \exp[ik\hat{y}] \mathcal{R}^+ \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{R} \exp[ik\hat{y}] \mathcal{R}^+ &= \exp\left[\frac{i}{\hbar} \Omega t L_z\right] \exp[ik\hat{y}] \exp\left[\frac{-i}{\hbar} \Omega t L_z\right] \\ &= \exp\left[\frac{i}{\hbar} \Omega t L_z\right] \exp\left[i\left(k\hat{y} - \frac{\Omega t}{\hbar} L_z\right)\right] \exp\left[\frac{1}{2}[ik\hat{y}, \frac{-i}{\hbar} \Omega t L_z]\right] \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

En réécrivant le commutateur dans l'exponentielle : $[ik\hat{y}, -\frac{i}{\hbar} \Omega t L_z] = ik\Omega t \hat{x}$, et en traitant le mouvement selon x classiquement sur les trajectoires non perturbées, l'hamiltonien d'interaction s'écrit dans le référentiel des atomes :

$$\tilde{V}_L = V_L \exp[ik\Omega t \hat{x}] \quad (\text{A.9})$$

A.2.2 Expression de $i\hbar\left(\frac{d}{dt}\mathcal{R}\right)\mathcal{R}^+$

On calcule l'expression de $i\hbar\left(\frac{d}{dt}\mathcal{R}\right)\mathcal{R}^+$ au premier ordre en Ω :

$$\begin{aligned} i\hbar\left(\frac{d}{dt}\mathcal{R}\right)\mathcal{R}^+ &= i\hbar\left(\frac{d}{dt}\left(1 + \frac{i}{\hbar}\Omega t L_z\right)\right)\left(1 - \frac{i}{\hbar}\Omega t L_z\right) \\ &\simeq -\Omega L_z \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

A.2.3 Hamiltonien dans le référentiel des atomes :

En rassemblant les termes de l'expression A.3 que l'on vient de calculer, l'hamiltonien dans le référentiel des atomes s'écrit :

$$\begin{aligned} \tilde{H} &= \mathcal{R}(t)H\mathcal{R}^+(t) + i\hbar\left(\frac{d}{dt}\mathcal{R}(t)\right)\mathcal{R}(t) \\ &= H_0 + \frac{\vec{\hat{P}}^2}{2M} + H_{int}e^{ik\Omega V_x t^2} \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Annexe B

L'atome de césium

	valeur
Structure atomique	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3f^{10} 4p^6 5s^2 4f^{10} 5p^6 6s^1$
Numéro atomique Z	55
Nombre de masse	133
Masse atomique	$220,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Spin nucléaire I	7/2
Fréquence de la transition hyperfine	9 192 631 770 Hz
Longueur d'onde de la raie (Air) D_2	852,12 nm
Longueur d'onde de la raie (vide) D_2	852,35 nm
Largeur de raie D_2	$\Gamma/2\pi \simeq 5,234 \text{ MHz}$
Vitesse de recul raie D_2	$v_r \simeq 3,5 \text{ mm.s}^{-1}$

TAB. B.1 : *Quelques valeurs utiles sur l'atome de césium.*

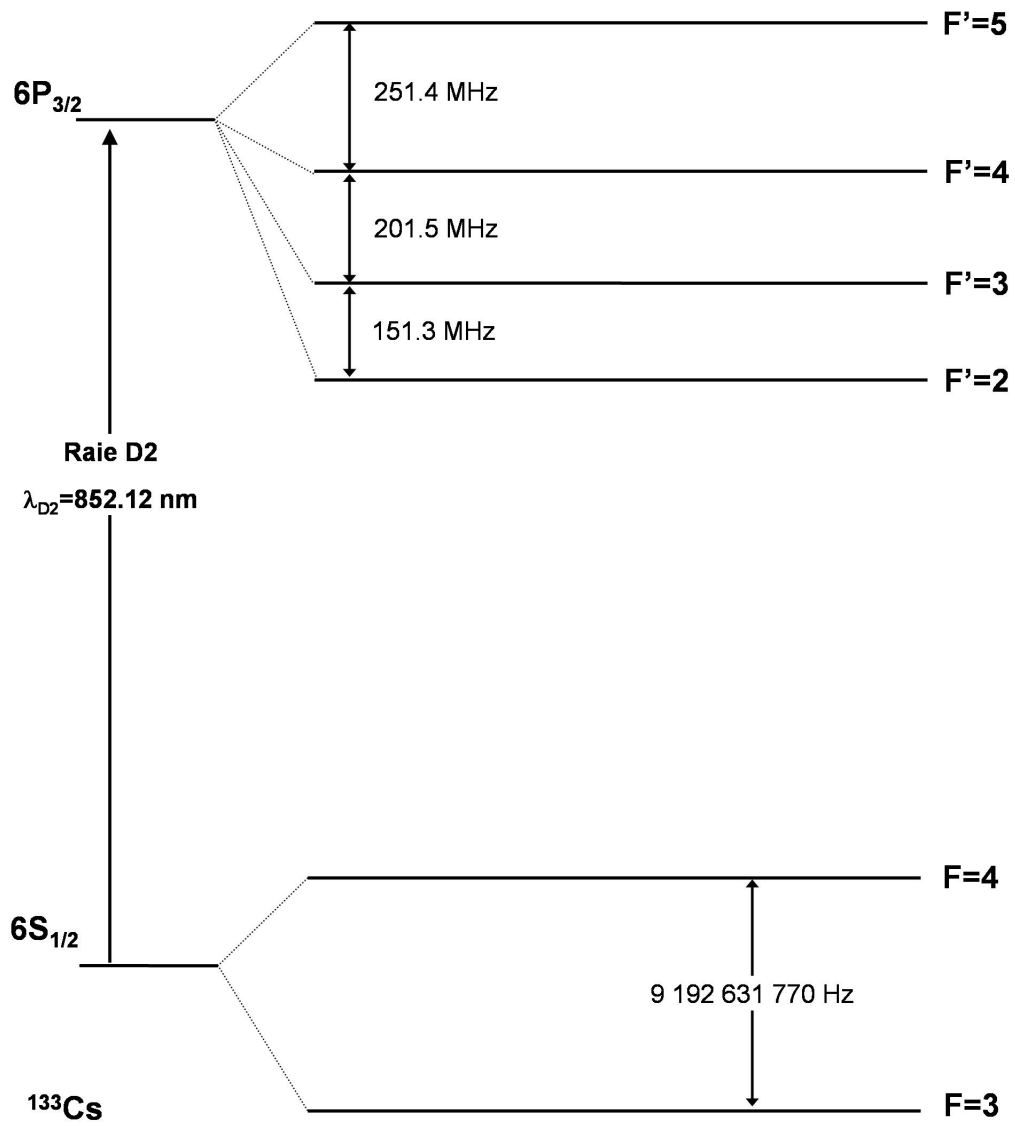


FIG. B.1 : Diagramme d'énergie de l'atome de césium. Seule la raie D_2 est représentée.

Bibliographie

- [Altshuler 1966] S. Altshuler, L.M. Frantz, and S. Braunstein, "Reflexion of atoms from standing light waves." *Phys. Rev. Lett.* **17**, 231 (1966).
- [Anderson 1994] R. Anderson, H. R. Bilger, G. E. Stedman, "Sagnac effect : A century of Earth Rotated interferometers." *Am. J. Phys.* **62**(11) (1994).
- [Angonin 2006] M.-C. Angonin, P. Tourenco, and P. Delva " Cold atom interferometer in a satellite : orders of magnitude of the tidal effect" *Appl. Phys. B* **84** (4), 579 (2006).
- [Antoine 2002] Ch. Antoine, Ch. J. Bordé, "Exact phase shifts for atom interferometry" *Phys. Lett. A* **306**, 277 (2002).
- [Antoine 2003] Ch. Antoine, Ch. J. Bordé, "Quantum theory of atomic clocks and gravito-inertial sensors : an update" *J. Opt. B : Quantum Semiclass. Opt.*, vol. 5, pp. 199-207, (2003).
- [Antoine 2006] Ch. Antoine, "Matter wave beam splitters in gravito-inertial and trapping potentials : generalized ttt scheme for atom interferometry", *Appl. Phys. B*, 84, 691 (2006).
- [Arndt 2001] M. Arndt, O. Nairz, J. Petschinka, and A. Zeillinger, "High contrast interference with C-60 and C-70" *Compt. Rend. Acad. Sci. Serie IV* **2**(4), 581.
- [Arnold 2006] A.S. Arnold, C.S. Garvie, and E. Riis, "Large magnetic ring for Bose-Einstein condensates" *Phys. Rev. A* **73**, 041606(R) (2006).
- [Arnous 1982] E. Arnous, J. Bastian, and A. Maquet, "Stimulated radiative corrections in hydrogen in the presence of a strong laser field", *Phys. Rev. A* **27**, 977 (1982).
- [Aspect 1989] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, and C. Cohen-Tannoudji, *J. Opt. Soc. Am. B*, **6**, (1989).

- [Balykin 1988] V. I. Balykin, V. S. Letokhov, Y. B. Ovchinnikov, and A. I. Sidorov, "Quantum-state-selective mirror reflection of atoms by laser light", *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2137 (1988).
- [Baillard 2006] X. Baillard, A. Gauguier, S. Bize, P. Lemonde, Ph. Laurent, A. Clairon, P. Rosenbusch, "Interference-filter-stabilized external-cavity diode lasers", *Optics Communications*, **266-2**, 609-613, (2006).
- [Baym] *Lectures on quantum mechanics* (w. A. Benjamin/Cummings Publishing company, Advanced Book Program) (1981).
- [Berman 1997] *Atom Interferometry* (ed. Paul R. Berman, London : Academic Press) (1997) and references therein.
- [Bertoldi 2006] A. Bertoldi, G. Lamporesi, L. Cacciapuoti, M. de Angelis, M. Fattori, T. Petelski, A. Peters, M. Prevedelli, J. Stuhler and G. M. Tino, " Atom interferometry gravity-gradiometer for the determination of the Newtonian gravitational constant G" *Euro. Phys. J. D* **40**(2), 271 (2006).
- [Bize 2001] S. Bize, "Tests fondamentaux à l'aide d'horloges à atomes froids de rubidium et de Césium", thèse de doctorat de l'université Paris VI, (2001).
- [Bongs 2006] K. Bongs, R. Launay, M.A. Kasevich, "High-order inertial phase shifts for time-domain atom interferometer", *Appl. Phys. B*, **84**, 599 (2006).
- [Bordé 1989] Ch. J. Bordé, "Atomic interferometry with internal state labelling", *Physics Letters A* **140**, 10-12 (1989).
- [Bordé 1991] Ch. J. Bordé, "Atomic interferometry and laser spectroscopy", *Laser Spectroscopy X* (ed. M. Ducloy, E. Giacobino, G. Camy, World Scientific) 239-245 (1991).
- [Bordé I2 1994] Ch.J. Bordé, N. Courtier, F. du Burck, A.N. Goncharov, M. Gorlicki "Molecular interferometry experiments", *Physics Letters A* **188**, 187 (1994).
- [Bordé 1994] J. Ishikawa, F. Reihle, J. Helmcke, and Ch. J. Bordé, "Strong field effects in coherent saturation spectroscopy of atomic beams", *Physics Letters A* **49**, 794-825 (1994).
- [Bordé 2001] Ch. J. Bordé, "Theoretical tools for atom optics and interferometry", *C. R. Acad. Sci. Paris, t.2, Série IV*, 509-530 (2001).
- [Bordé 2002] Ch.J. Bordé, "Atomic clock and inertial sensors" *Metrologia* **39**, 435 (2002).
- [Bordé 2004] Ch. J. Bordé, "Quantum theory of atom wave beam-splitters and application to multidimensional atomic gravito-inertial sensors", *General Relativity and Gravitation* **36**, 475-502(2004).
- [Brewer 1975] R. G. Brewer, E. L. Hahn, "Coherent two-photon processes : transient and steady-state", *Physics Letters A* **11**, 1641 (1975).

- [Bouyer 1997] P. Bouyer and M. A. Kasevich, "Heisenberg-limited spectroscopy with degenerate Bose-Einstein gases." *Phys. Rev. A* **56**, R1083 (1997).
- [Canuel 2006] B. Canuel, F. Leduc, D. Holleville, A. Gauguet, J. Fils, A. Virdis, A. Clairon, N. Dimarcq, Ch. J. Borde, A. Landragin, "Six axis inertial sensor using cold-atom interferometry" *Phys. Rev. Lett.* **97** 010402 (2006).
- [Canuel 2007] B. Canuel, "Conception et réalisation d'un gyromètre à atomes froids ", thèse de doctorat de l'université Paris XI, (2007).
- [Carnal 1991] O. Carnal, J. Mlynek, "Young's double-slit experiment with atoms : A simple atom interferometer ", *Phys. Rev. Lett.*, **66**, 2689 (1991).
- [Cesium D line Data] D. A. Steck "Cesium D Line Data", <http://steck.us/alkalidata/>.
- [Cladé 2006] P. Cladé, E. de Mirandes, M. Cadoret, S. Guellati-Khelifa, C. Schowb, F. Nez, L. Julien, and F. Biraben, "Determination of the structure constante based on Bloch oscillations of ultracold atoms in a vertical optical lattice." *Phys. Rev. Lett.* **96**, 033001 (2006).
- [Clauser 1988] J. F. Clauser "Ultra high sensitivity accelerometers and gyroscopes using neutral atom matter wave interferometry" *Physica B* **151**, 262 (1988).
- [Cohen-Tannoudji 80] C. Cohen-Tannoudji, *Cours de physique au collège de France année 1980 - 81*.
- [Cohen-Tannoudji 92] C. Cohen-Tannoudji, *Cours de physique au collège de France année 1992 - 92*.
- [Cohen-Tannoudji 2001] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg, *Processus d'interaction entre photons et atomes*, ed. CNRS (2001).
- [Chao 1997] B.F. Chao and R.D. Ray, "Oceanic tidal angular momentum and Earth's rotation variations." *Prog. Oceanog.* **40**, 399 (1997).
- [Cheinet 2005] P. Cheinet, "Conception et réalisation d'un gravimètre à atomes froids ", thèse de doctorat de l'université Paris VI, (2005).
- [Cheinet 2006] P. Cheinet, B. Canuel, F. Pereira Dos Santos, A. Gauguet, F. Leduc, A. Landragin, "Measurement of the sensitivity function in time-domain atomic interferometer", *IEEE Trans. on Instr. and Meas.* **57**, 1141 (2008).
- [Chiu 1980] C. Chiu et L. Stodolsky, "Theorem in matter-wave interferometry" *PRD* **22**, 1337 (1980).
- [Clairon 1991] A. Clairon, C. Salomon, S. Guellati and W. D. Phillips, "Ramsey Resonance in a Zacharias Fountain." *Europhys. Lett.* **16**(2), 165 (1991).

- [Couvert 2008] A. Couvert, M. Jeppesen, T. Kawalec, G. Reinaudi, R. Mathevet, D. Guery-Odelin, "A quasi-monomode guided atom-laser from an all-optical Bose-Einstein condensate" arXiv :0802.2601 (2008).
- [Cronin 2008] A. Cronin, J. Schmiedmayer, D. E. Pritchard, "Atom Interferometers" arXiv physics.quant-ph 0712.3703.
- [Dalibard 1989] J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, "Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients : simple theoretical models." J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2023 (1989).
- [Dick 1987] G. J. Dick, "Local Oscillator induced instabilities in trapped ion frequency standards" in *Proc. Nineteenth Annual Precise Time and Time Interval*, pp. 133-147 (1987).
- [Dieckmann 1998] K. Dieckmann, R. J. C. Spreeuw, M. Weidemüller, and J. T. M. Walraven, "Two-dimensional magneto-optical trap as a source of slow atoms", Phys. Rev. A **58**, 3891 (1998).
- [Dubetsky 2006] B. Dubetsky, M. A. Kasevich, "Atom interferometer as a selective sensor of rotation or gravity", Phys. Rev. A **74**, 023615 (2006).
- [Durfee 2006] D. S. Durfee, Y.K. Shaham, M.A. Kasevich, "Long-Term Stability of an Area-Reversible Atom-Interferometer Sagnac Gyroscope" Phys. Rev. Lett. **97**, 240801 (2006).
- [Ekstrom 1995] C.R. Ekstrom, J. Schmiedmayer, M.S. Chapman, T.D. Hammond, D. Pritchard, "Measurement of the electric polarizability of sodium with atom interferometer", Phys. Rev. A **51**, 3883 (1995).
- [Feynman 1965] R. P. Feynman, and A. R. Hibbs, "Quantum Mechanics and Path Integrals", *Ed. McGraw-Hill*, New-York, (1965).
- [Fils 2002] J. Fils, "Réalisation et caractérisation d'un gyromètre à ondes de de Broglie", thèse de doctorat de l'université Paris XI, (2002).
- [Fils 2005] J. Fils, F. Leduc, P. Bouyer, D. Holleville, N. Dimarcq, A. Clairon and A. Landragin, "Influence of optical aberrations in an atomic gyroscope", Eur. Phys. J. D **36**, 257-260 (2005).
- [Fixler 2007] J. B. Fixler, G. T. Foster, J. M. McGuirk, M. A. Kasevich, "Atom Interferometer Measurement of the Newtonian Constant of Gravity. " Science **315**(5808), 74 (2007).
- [Fleming 1981] M.W. Fleming, A.Mooradian, IEEE Journ. Quantum Electron., **17**, pp. 44 (1981).
- [Frede 2000] V. Frede, "Dynamical analysis of the atmospheric angular momentum short-term fluctuations. Comparison with the Earth" Journal of geodesy **73**, 660 (2000).

- [Freimund 2001] D.L. Freimund, K. Aflatooni, and H. Batelaan "Observation of the Kapitza-Dirac effect", *Nature* **413**, 142 (2001).
- [Giltner 1995] D.M. Giltner, R.W. McGowan, and S.A. Lee, "Atom interferometer based on Bragg scattering from standing light waves" *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2638 (1995).
- [Gould 1986] P.L. Gould, G.A. Ruff and D.E. Pritchard, "Diffraction of atoms by light : The near-resonant Kapitza Dirac effect." *Phys. Rev. Lett.* **56**, 827 (1986).
- [Grisenti 1999] R.E. Grisenti, W. Schöllkopf, J.P. Toennies, G.C. Hegerfelt, T. Köhler, "Determination of Van der Waals Potentials from Transmission-Grating Diffraction Intensities", *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1755 (1999).
- [Gustavson 1997] T. L. Gustavson, P. Bouyer, M. A. Kasevich "Precision Rotation Measurements with an Atom Interferometer Gyroscope ", *Phys. Rev. Lett.* **78** 2046 (1997).
- [Gustavson 1998] T. L. Gustavson, P. Bouyer, M. A. Kasevich, " A dual atomic beam matter-wave gyroscope", *Proc. SPIE* **3270**, 62 (1998).
- [Gustavson 2000] T. L. Gustavson, A. Landragin, M. A. Kasevich, "Rotation sensing with a dual atom-interferometer Sagnac gyroscope", *Class. Quantum Grav.* **17**, 1-14 (2000).
- [Gustavson 2000-2] T. Gustavson, PhD. Thesis, Stanford University (2000).
- [Henkel 1994] C. Henkel , J.-Y. Courtois, and A. Aspect "Atomic diffraction by a thin phase grating", *J. Phys. II* **4**, 1955(1994).
- [Holleville 2001] D. Holleville, "Conception et réalisation d'un gyromètre à atomes froids fondé sur l'effet Sagnac pour les ondes de matière", thèse de doctorat de l'université Paris XI, (2001).
- [ESA-SCI 2000] HYPER, Hyper-precision cold atom interferometry in space Assessment Study Report ESA-SCI (2000).
- [Impens 2006] F. Impens, P. Bouyer and C.J. Bordé, " Matter-wave cavity gravimeter", *Appl. Phys. B* **84**(4), 603 (2006).
- [Itano 1993] W. M. Itano, J. C. Bergquist, J. J. Bollinger, J. M. Gilligan, D. J. Heinzen, F. L. Moore, M. G. Raizen, and D. J. Winland "Quantum projection noise : Population fluctuations in two-level systems", *Phys. Rev. A* **47** 3554 (1993).
- [Jentsch 2004] C. Jentsch, T. Muller, E.M. Rasel, and W. Ertmer, "HYPER : A satellite mission in fundamental physics based on high precision atom interferometry." *Gen. Rel. and grav.* **36**(10), 2197 (2004).
- [Kapitza 1933] L.P. Kapitza, and P.A.M. Dirac, "The reflection of electrons from standing light waves." *Proc. Camb. Phil. Soc.* **29**, 297 (1933)

- [Kasevich 1991] M. Kasevich, S. Chu "Atomic interferometry using stimulated Raman transitions", *Phys. Rev. Lett.* **67** 181 (1991).
- [Keith 1991] D. Keith, C. Ekstrom, Q. Turchette and D. Pritchard, "An Interferometer for atoms", *Phys. Rev. Lett.* **66**, 181 (1991).
- [Lambeck 1980] K. Lambeck, "The Earth's Variable Rotation : Geophysical Causes and Consequences" Cambridge Univ. Press, (1980).
- [Landau mecanique] L. Landau et E. Lifchitz, *Physique théorique, Tome 1, Mécanique*, Edition MIR, (1989).
- [Lawrence] A. Lawrence, *Modern Inertial Technology : Navigation, Guidance, and Control*, Springer-Verlag, New York, (1998).
- [Le Coq 2006] Y Le Coq, JA Retter, S Richard, A Aspect, P Bouyer, " Coherent matter wave inertial sensors for precision measurements in space." *App.Phys. B* **84**(4), 627 (2006).
- [Lense1918] J. Lense, H. Lense, *Phys. Zeit.* **19**, 156 (1918).
- [LeGouët 2007] J. Le Gouët, P. Cheinet, J. Kimb, D. Holleville, A. Clairon, A. Landragin, and F. Pereira Dos Santos, "Influence of lasers propagation delay on the sensitivity of atom interferometers", *Eur. Phys. J. D*, **44**, 419 (2007).
- [LeGouët 2008] J. Le Gouët, T.E. Mehlstäubler, J. Kim, S. Merlet, A. Clairon, A. Landragin, and F. Pereira Dos Santos, "Limits to the sensitivity of a low noise compact atomic gravimeter", *physics.atom-ph*, arXiv :0801.1270v1.
- [Lenef 1997] A.Lenef, T. D. Hammond, E. T. Smith, M. S. Chapman, R.A. Rubenstein, and D. E. Pritchard, "Rotation Sensing with an Atom Interferometer." *Phys. Rev. Lett.* **78**, 760 (1997).
- [Longman 1959] I.M. Longman, "Formulas for computing the tidal acceleration due to the Moon and the sun." *J. Geophys. Res.* **64**, 2351 (1959)
- [Lodge 1893] O. Lodge, *Philosophical Transaction of the Royal Society of London*, **184**, p. 727 (1893).
- [Marton 1954] L. Marton, "An electron interferometer", *Rev. Sci. Instrum.* **25**, 1099 (1954).
- [Mashhoon 1988] B. Mashhoon, "Neutron interferometry in a rotating frame of reference ", *Phys. Rev. Lett.* **61** 2639 (1988).
- [Mashhoon 1984] B. Mashhoon, F. W. Hehl and D. S. Theiss, "On the gravitationnal effects of rotating masses : The Thirring-Lense papers", *Gen. Relativ. Gravitation* **16** 711-50 (1984).

- [McGuirk 2002] J.M. McGuirk, G.T. Foster, J.B. Fixler, M.J. Snaden, and M.A. Kasevich, "Sensitive absolute-gravity gradiometry using atom interferometry." *Phys. Rev. A* **65**(3), 033608 (2002).
- [Messiah tome 1] A. Messiah, *Mécanique quantique*, Ed. Dunod, Paris (1995)
- [Michelson 1925] A.A. Michelson, H.G. Gale, "", *Astrophys. J.* **61**, 137 (1925).
- [Miffre 2006] A. Miffre, M. Jacquy, M. Büchner, G. Trénec, and J. Vigué, "Measurement of the electric polarizability of lithium by atom interferometry", *Phys. Rev. A* **73**, 011603(R) (2006).
- [Miffre 2006] A. Miffre, M. Jacquy, M. Büchner, G. Trénec, J. Vigué, "Atom interferometry" *Physica Scripta* **74**, C15-C23 (2006).
- [Moskowitz 1983] P.E. Moskowitz, P.L. Gould, S.R. Atlas, and D.E. Pritchard, "Diffraction of an atomic Beam by Standing-Wave Radiation." *Phys. Rev. Lett.* **51**, 370 (1983).
- [Moler 1992] Moler K. ; Weiss, D. S. ; Kasevich, M. and Chu, S., "Theoretical analysis of velocity-selective Raman transitions", *Phys. Rev. A* **45** 342 (1992).
- [Muller 2006] H. Müller, S.-W. Chiow, Q. Long, C. Vo and S. Chu " A new photon recoil experiment : towards a determination of the fine structure constant." *Appl.Phys. B* **84**, 633 (2006).
- [Muller 2008] T. Müller, T. Wendrich, M. Gilowski, C. Jentsch, E.M. Rasel, and W. Ertmer "Versatile compact atomic source for high resolution dual atom interferometry" *physics.atom-ph*, arXiv :0705.4544v1.
- [Nyman 2006] R. A. Nyman *et al.*, "I.C.E. : a Transportable Atomic Inertial Sensor for Test in Microgravity" *Appl. Phys. B* **84**, 673 (2006).
- [Perreault 2005] J.D. Perreault and A. Cronin, "Observation of Atom Wave Shifts Induced by Van Der Waals Atom-Surface Interactions" *Phys. Rev. Lett.* **95**, 133201-1 (2005).
- [Peters 2001] A. Peters, K. Y. Chung, S. Chu, "High-precision gravity measurements using atom interferometry", *Metrologia*, **38**, 25-61 (2001).
- [Ping 2007] W. Ping, L.I. Run-Bing, Y. Hui, W. Jin, Z. Ming-Sheng, "Demonstration of a Sagnac Type Cold Atoms Interferometer with Stimulated Raman Transitions" *CHIN. PHYS. LETT.* **24**(1), 27 (2007).
- [Post 1967] E. J. Post, "Sagnac Effect", *Rev. Mod. Phys.* **39**, 475-93 (1967).
- [Ramsey 1950] Norman F. Ramsey, "A Molecular Beam Resonance Method with Separated Oscillating Fields", *Phys. Rev.* **78**, 000695 (1950).

- [Rasel 1995] E. M. Rasel, M. K. Oberthaler, H. Batelaan, J. Schmiedmayer, and A. Zeilinger, "Atom Wave Interferometry with Diffraction Grating of Light " Phys. Rev. Lett. **75** 2633 (1995).
- [Rauch 1974] H. Rauch, W. Treimer, U. Bonse, "Test of a single crystal neutron interferometer" Phys. Lett. **47A**, 369 (1974).
- [Riehle 1991] F. Riehle, Th. Kisters, A. Witte, J. Helmcke, Ch. J. Bordé, "Optical Ramsey spectroscopy in a rotating frame : Sagnac effect in a matter-wave interferometer " Phys. Rev. Lett. **67**, 177 (1991).
- [Riou 2006] J.-F. Riou, W. Guerin, Y. Le Coq, M. Fauquembergue, V. Josse, P. Bouyer, and A. Aspect, " Beam Quality of a Nonideal Atom Laser" Phys. Rev. Lett. **96**, 070404 (2006).
- [Rizzi 2003] G. Rizzi et M.L. Ruggiero, "Relativity in Rotating Frames : Relativistic Physics in Rotating Reference Frames" Springer (2003). ou G. Rizzi et M.L. Ruggiero "The relativistic Sagnac effect : two derivations" arXiv :gr-qc/0305084v4 (2003)
- [Roberts 2002] T.D. Roberts, A.D. Cronin, A. Kokorowski, and D. Pritchard, "Glory Oscillations in the index of Refraction for Matter Waves", Phys. Rev. Lett. **89**, 200406-1 (2002).
- [Robertson 1997] Robertson et *al.*, "Results from the Fifth International comparison of Absolute Gravimeter, ICAG97." Metrologia **38**, 71 (2001).
- [Sagnac 1913] G. Sagnac, *L'éther lumineux démontré par l'effet vent relatif d'éther dans un interféromètre en rotation uniforme*, Compte rendus de l'Académie des Sciences, **95**, p. 708 (1913).
- [Shimizu 1992] F. Shimizu, K. Shimizu and T. Takuma, "Double-slit interference with ultra-cold metastable neon atoms" Phys. Rev. A **55**, R17 (1992).
- [Schmiedmayer 1994] J. Schmiedmayer, M.S. Chapman, C.R. Ekstrom, T.D. Hammond, S. Wehinger, and D. Pritchard, "Index of Refraction of Various Gases for Sodium Matter Waves", Phys. Rev. Lett. **74**, 1043 (1995).
- [Schöllkopf 2004] W. Schöllkopf, R.E. Grisenti, and J.P. Toennies, " Time-of-flight resolved transmission-grating diffraction of molecular beams", Eur. Phys. J. D. **28**, 215 (2004).
- [Schreiber 2006] K.U. Schreiber, G.E. Stedman, H. Igel, A. Flaws. "Ring Laser Gyroscopes as Rotation Sensors for Seismic Wave Studies." Earthquake Source Asymmetry, Structural Media and Rotation Effects, 377 (2006).

- [Schumm 2005] T. Schumm, L. M. Andersson, S. Wildermuth, S. Groth, I. Bar-Joseph, J. Schmiedmayer, and P. Kruger, "Matter-wave interferometry in a double well on an atom chip" *Nature Physics* **1**(1), 57 (2005).
- [Stedman 2007] G.E. Stedman, R.B. Hurst and K.U. Schreiber, "On the potential of large ring lasers." *Optics Com.* **279**(1), 124 (2007).
- [Storey 1994] P. Storey, C. Cohen Tannoudji, "The feynmann path integral approach to atomic interferometry : A tutorial", *J. Phys. II* **4**, 1999(1994).
- [Tino 2007] G.M. Tino, L. Cacciapuoti, K. Bongs, Ch.J. Bordé, P. Bouyer, H. Dittus, W. Ertmer, A. Görlitz, M. Inguscio, A. Landragin, P. Lemonde, C. Lammerzahl, A. Peters, E. Rasel, J. Reichel, C. Salomon, S. Schiller, W. Schleich, K. Sengstock, U. Sterr and M. Wilken, "Atom interferometers and optical atomic clocks : New quantum sensors for fundamental physics experiments in space." *Nucl. Phys. B* **166**, 159 (2007).
- [Vali 1976] V. Vali, R.W. Shorthill, "", *Appl. Opt.* **15**, 1099 (1976).
- [Vanier-Audouin] J. Vanier, C. Audouin, "The quantum Physics of Atomic Frequency Standards." édition Adam Hilger (1986).
- [Van Vleck 1928] J. H. Van Vleck, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **14**, 178 (1928).
- [Weiss 1994] D. S. Weiss, B. C. Young, S. Chu, "Precision measurement of \hbar/m_{Cs} based on photon recoil using laser-cooled atoms and atomic interferometry", *Applied physics B* **59** 217 (1994).
- [Werner 1979] S.A. Werner, J.L. Staudenmann, and R. Colella, "Effect of Earth's Rotation on the Quantum Mechanical Phase of the Neutron", **42**, 1103 (1979).
- [Wang 2005] Y.J. Wang, D. Z. Anderson, V. M. Bright, E. A. Cornell, Q. Diot, T. Kishimoto, M. Prentiss, R. A. Saravanan, S. R. Segal, and S. Wu, " Atom Michelson Interferometer on a Chip Using a Bose-Einstein Condensate" *Phys. Rev. Lett.* **94**, 090405 (2005).
- [Wolf 2007] P. Wolf *et al.* "Quantum Physics Exploring Gravity in the Outer Solar System : The Sagas Project" arXiv : gr-qc-0711.0304
- [Wu 2007] S. Wu, E. Su, M. Prentiss, "Demonstration of an Area-Enclosing Guided-Atom Interferometer for Rotation Sensing" *Phys. Rev. Lett.* **99**, 173201 (2007).
- [Yver Leduc 2004] F. Yver Leduc, "Caractérisation d'un capteur inertiel à atomes froids", thèse de doctorat de l'université Paris XI, (2004).
- [Zimmerman 1965] J. E. Zimmerman and J. E. Mercereau "Compton Wavelength of Superconducting Electrons", *Phys. Rev. Lett.* **14**, 887 (1965).

Gyromètre à atomes froids : Etude de la stabilité limite et des effets systématiques liés aux séparatrices lasers.

Alexandre Gauguet

Résumé :

Ce mémoire présente l'étude d'un gyromètre fondé sur l'interférence d'onde atomique. L'interféromètre utilise des atomes de césium refroidis et sont manipulés à l'aide de transition Raman stimulées. L'amélioration du dispositif expérimental a permis d'atteindre des sensibilités comparables aux meilleurs gyromètres à fibre optique. Nous avons notamment caractérisé les performances apportées par les modifications du système de lasers Raman et de détection des atomes. Par ailleurs, pour la première fois une étude complète d'un gyromètre à atomes froids est présentée. En particulier, nous avons montré que les déphasages induits lors des interactions Raman limitent à la fois la stabilité long terme des mesures et leurs exactitudes.

Mots clef :

atomes froids, interférométrie atomique, transitions Raman, capteur inertiel, effet Sagnac, gyromètre.

Abstract :

This thesis present the study of a cold atoms gyroscope based on atom interferometry. The interferometer used cold cesium atoms which are manipulated with stimulated Raman transitions. The improvement of the experimental setup have allowed to reach a sensitivity similar to the best optical fiber gyroscope. Especially, we characterized the performances bring about a new Raman laser desing and the atom detection system. In addition, we have studied spurious phase shifts induced by the Raman interactions and have shown they are the main limitation for the long term stability and the accuracy.

Key words :

cold atoms, atom interferometry, Raman transition, inertial sensor, Sagnac effect, gyroscope.